

TRENCACLOSQUES, JOCS I MATEMÀTIQUES

SUPER CUBIX

Oriol Romaguera i Restudis

TJM – Primavera 2008

ETSETB - UPC

Índex

1. Una mica d'història...	pàg. 3
2. Descripció	pàg. 3
3. Notació	pàg. 4
4. Conceptes de teoria de grups	pàg. 8
4.1. Commutador	pàg. 8
4.2. Potència	pàg. 9
4.3. Conjugació	pàg. 10
5. Anàlisi d'alguns moviments	pàg. 10
6. Posicions curioses	pàg. 12
7. Altres cubs i trencaclosques	pàg. 17

1. Una mica d'història...

El Super Cubix, també anomenat Square One o Cube 21, és un trencaclosques mecànic inventant per Karel Horašels i Kopský als voltants de 1990. La aplicació per la patent txecoslovaca va ser arxivada el 8 de novembre de 1990, però no va ser aprovada fins a finals de l'any 1992; 5 mesos més tard, va ser patentat als EEUU.

La seva sortida al mercat, va tornar la il·lusió a molts aficionats per enfrontar-se a un nou repte, després del mediàtic i difícil Cub de Rubik (3x3x3), del Revenge cube (4x4x4) o del cub del professor (5x5x5), un veritable monstre.

Tot i la seva gran dificultat, més d'un aficionat s'ha entretingut a resoldre el Super Cubix i fer-ne un document per solucionar-lo; a Internet, se'n troba més d'un. Algunes solucions utilitzen el mètode clàssic de capa per capa, mentre que altres enfoquen la solució col·locant primer els vèrtexs i després les arestes, o al revés. En el nostre cas particular, el tutorial que comentarem en aquest document, col·loca primer els vèrtexs i, posteriorment, les arestes. Tot i això, abans de procedir a la col·locació correcta dels colors, s'haurà d'aconseguir la forma cúbica.

2. Descripció

Aquest cub està format per tres capes o nivells. La capes superior i inferior estan tallades com si fossin un pastís de 8 trossos; 4 trossos als costats (arestes) i 4 als vèrtexs (vèrtexs). L'angle interior de les arestes és de 30° , mentre que el dels vèrtexs és de 60° . Pel que fa a la capa del mig, està tallada en dos meitats per una de les línies de les altres capes, de tal manera que si es vol girar el cub (180°), s'ha de fer coincidir aquests talls amb els talls corresponents de les capes superior i inferior. D'aquesta manera, s'aconsegueix que es barregin trossos de la part superior amb la inferior.

El trencaclosques és sorprenent, ja que s'aconsegueixen encaixar totes les peces amb els girs diagonals que es realitzen. Cal destacar que l'intercanvi de trossos o peces només es realitza entre les capes superior i inferior, ja que la del mig sempre està formada per les mateixes dues peces i només pot formar dues posicions diferents. Una altra observació important és que, no forçosament, el trencaclosques ha de mantenir la forma cúbica, sinó tot el contrari: és molt propens a perdre-la. Per últim, dir que està pintat amb 6 colors diferents, un per cada cara, semblant al cub de Rubik.

Un altre aspecte important a tenir en compte i a destacar, és el número de posicions que pot adoptar el Super Cubix. Si tenim en compte, les dades que ens facilita el tutorial, tenim que hi ha 90

possibles configuracions que pot adoptar aquest cub, sense tenir en compte la capa intermèdia. Aquestes 90 configuracions estan distribuïdes de la següent manera:

5 configuracions → amb 6 vèrtex en una cara (2 a l'altre)

30 configuracions → amb 5 vèrtex en una cara (3 a l'altre)

55 configuracions → amb 4 vèrtex en una cara (4 a l'altre)

Ara bé, això només són les possibles configuracions si no tenim en compte els colors! Si ho fem, si els tenim en compte, veurem com el número de configuracions es dispara. Això és el que va comprovar, entre altres, Mike Masonjones, qui va calcular el **God's Algorithm** (Algoritme de Déu) per el Super Cubix.

A la dreta es mostren els resultats en una taula, on es relaciona el número de girs que s'ha d'efectuar per solucionar el cub amb el nombre de configuracions que té el cub, a les quals se l'hi ha d'aplicar aquest número de girs per resoldre'l.

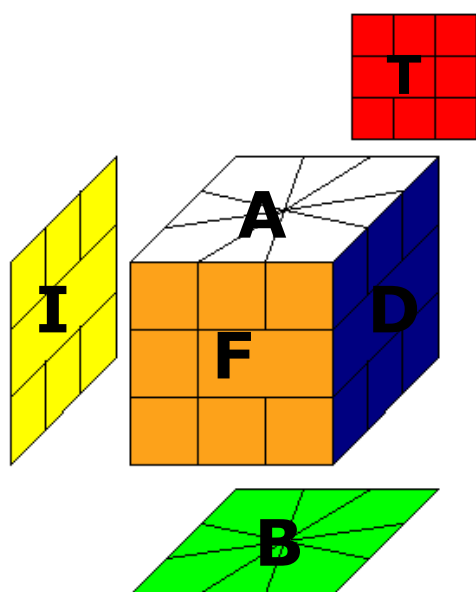
GIRS	Nº POSICIONS
0	1
1	64
2	1153
3	17050
4	235144
5	3091458
6	38893230
7	452031138
8	4459167504
9	33671064770
10	149502310936
11	183662070768
12	63945120032
13	157452752
Total:	435.891.456.000

El número total de posicions és de 435.891.456.000; curiosament, **15!/3**.

3. Notació

La notació que introdueix l'autor del tutorial és la que es mostra a la taula següent. Cal dir que a l'interior dels parèntesis, el primer número indica els avançaments de 30 graus a la capa superior, mentre que el segon, indica el mateix, però fent referència a la capa inferior.

Cara o Capa	Gir doble	Gir simple (sentit horari)	Gir simple (sentit antihorari)
Superior (Alta)	A2: (6,0)	A: (3,0)	a: (-3,0)
Inferior (Baixa)	B2: (0,6)	B: (0,3)	b: (0,-3)
Frontal	F2		
Dreta	D2		
Posterior	T2		
Esquerra	I2		
interMèdia	M2	M (cap a la dreta)	m (cap a l'esquerra)



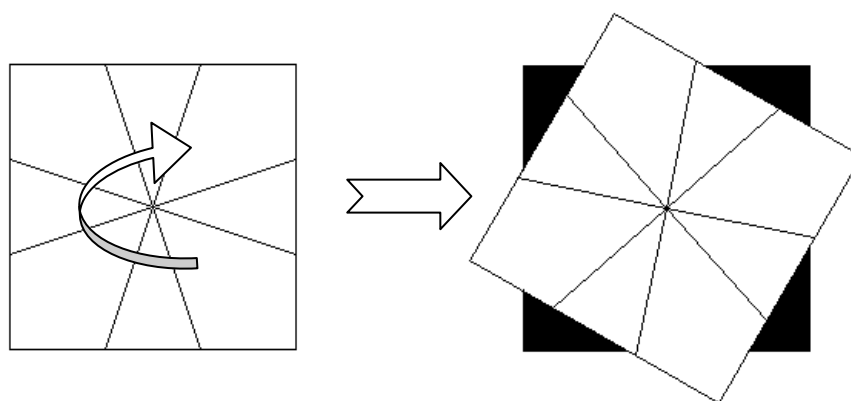
Aquest és el model del qual partirem per explicar els moviments que es citen en tot el treball.

A més, s'indica la correspondència de les cares. Els colors només són orientatius, ja que, per exemple, en ocasions, ens pot interessar que la cara blava sigui la F (frontal); llavors, la vermella serà la D

Nota 1: Els girs simples es realitzen mirant la cara afectada, per tal de determinar-ne el sentit horari o antihorari.

- Exemple:

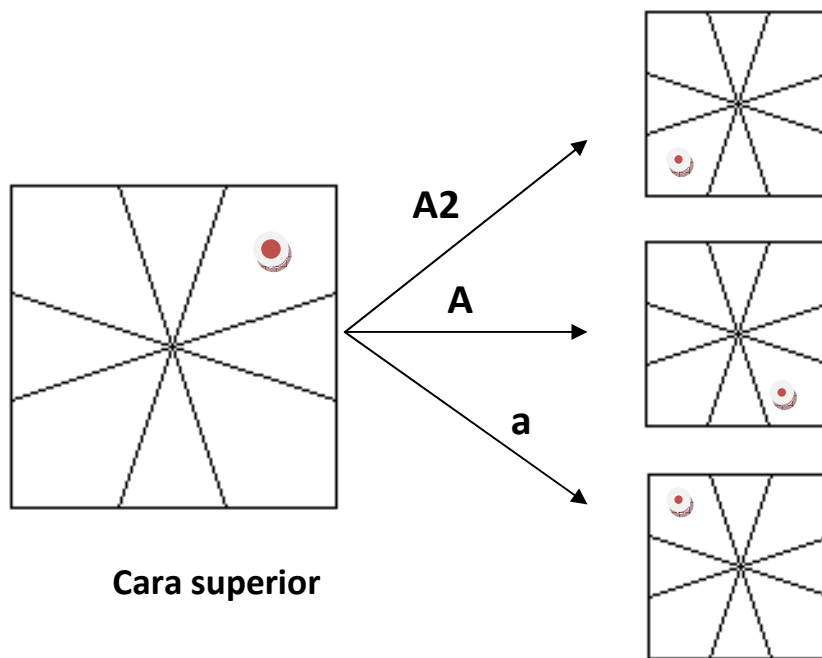
moviment (1,0) → Amb la notació introduïda, (1,0) equival a moure la capa superior 30° en sentit horari. Per determinar quin és el sentit horari, mirarem la cara superior de la cara.



Nota 2: Com es realitzen els girs A2, A i a?

- Exemple:

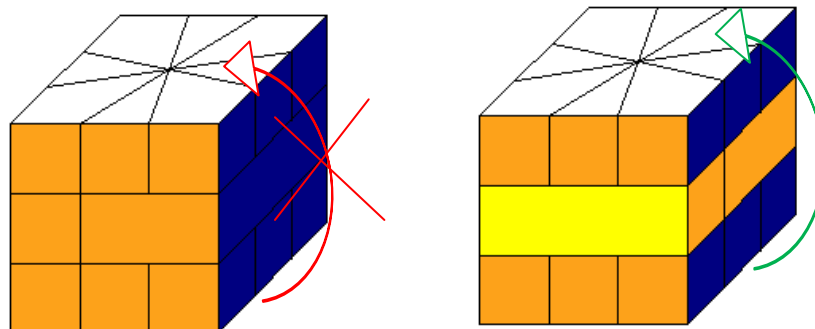
Notem que els girs B2, B, b, M i m es realitzaran igual.



Nota 3: Els girs de la capa intermèdia (M2, M i m) es realitzaran perquè el cub estigui en posició per poder girar una capa lateral (F2, D2, T2 o I2), amb la qual cosa no s'escriuran, ja que hi haurà situacions en que ja estarà ben col·locada.

- Exemple:

Si ens diuen de fer un moviment T2, és a dir girar la cara de darrera del cub 180°, ens podem trobar amb dues situacions. Vegem-les:



En el primer cas, girar la cara del darrera (ho fem girant per la cara dreta) ens és impossible perquè no tenim cap esclatxa que ens ho permeti. Per tant, aquest és un dels casos on aplicarem un moviment a la capa central; per exemple podem aplicar el moviment M, el qual ens gira la capa del mig cap a la dreta, portant-nos així al segon cas que ens podem trobar. Un cop aquí és trivial realitzar el gir T2.

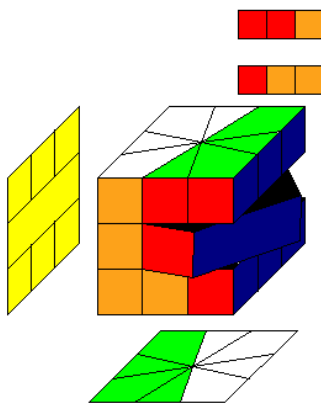
Nota 4: Pel que fa als girs laterals, destacar que només s'utilitzen D2 i T2, ja que són equivalents a l2 i F2, respectivament. Al llarg del tutorial, hi ha llocs on simplement trobem escrit D2 o T2; ara bé, això ho hem d'interpretar tal com s'explica a l'exemple següent. Això ho fem per mantenir la forma cúbica (de les capes superior i inferior) durant tot el procés de reconstrucció del cub. Pel que fa a la capa intermèdia, no ens preocuparem de si la seva forma és quadrada o no. De fet, només pot adoptar dues formes i en cas d'acabar el cub i no tenir-la amb la forma correcta, veurem una sèrie de moviments que ens permetrà posar-la com és degut.

- Exemple:

Realitzem aquets dos moviments:

$$\cdot D2 = (0,-1) + D2 + (0,1)$$

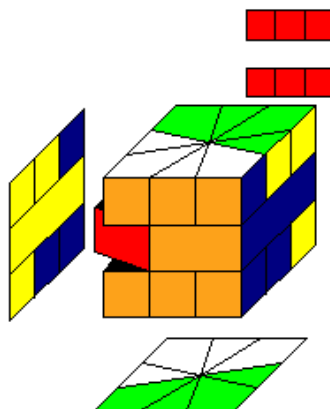
Partint de la posició inicial mostrada a l'apartat de la notació i aplicant el moviment D2, obtenim:



*Fent referència al manual, el moviment D2, allà l'anomenen **ari1**. Si ens fixem, podem corroborar els efectes sobre les arestes i sobre els vèrtex que diu que pateixen.*

$$\cdot T2 = (0,-1) + T2 + (0,1)$$

També, partint de la posició inicial, obtenim:



Cal dir, que hem hagut de fer una **preparació** per realitzar aquest moviment, ja que ens hem trobat amb el problema que comentàvem a la nota 2. En altres paraules, el moviment complet per arribar a la posició final ha sigut:

$$m+(0,-1)+T2+(0,1)+M$$

4. Conceptes de teoria de grups

A continuació s'introdueixen tres conceptes de teoria de grups, de forma molt breu, il·lustrativa i molt centrada en la seva aplicació sobre el trencaclosques que estem tractant. Això ens servirà més endavant per poder analitzar alguns dels moviments que l'autor del tutorial utilitza per resoldre el cub.

4.1. Commutador

Definició: direm que $[A,B]=ABA'B'$ és un **commutador**

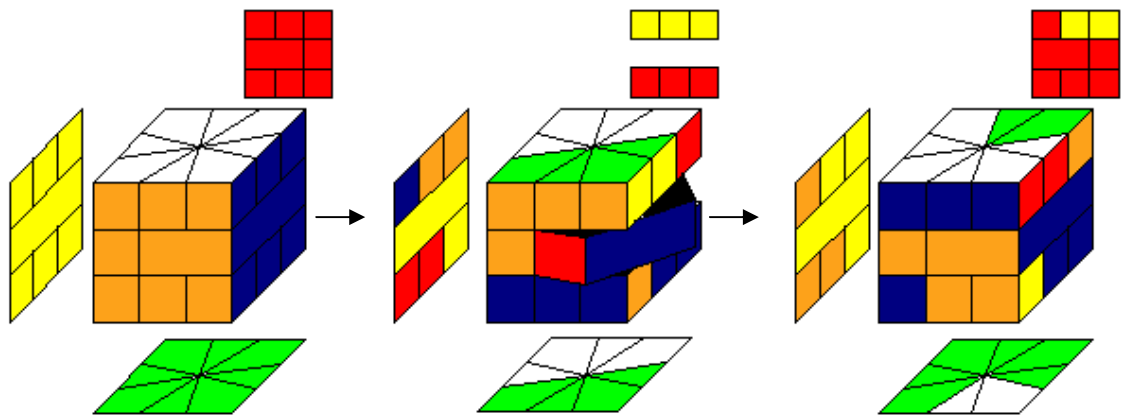
si $AB=BA$.

D'aquesta manera, $ABA'B'=BAA'B'=BB'=I$, ja que $AA'=BB'=I$.

Les operacions del Super Cubix no commuten, és a dir no fan que el cub quedi igual que abans dels moviments; però si apliquem un commutador, com per exemple $[A,T]^1 = A+(1,0)+T+(-1,0)+A'+(1,0)+T'+(-1,0)$, aquest tendeix a restablir els moviments anteriors i les peces no queden tan mogudes. Això ho podem veure als següents cubs, on al aplicar AT fa que tinguem només 2 peces al mateix lloc i la capa del mig mal feta, mentre que si apliquem $[A,T]=ATA'T'$, tenim 6 peces ben col·locades amb la capa del mig en posició correcte.

Només com a aclariment, observem que el moviment A' es correspon amb el moviment a , definit a la notació, mentre que el moviment T' es correspon al T (perquè és un gir de 180°).

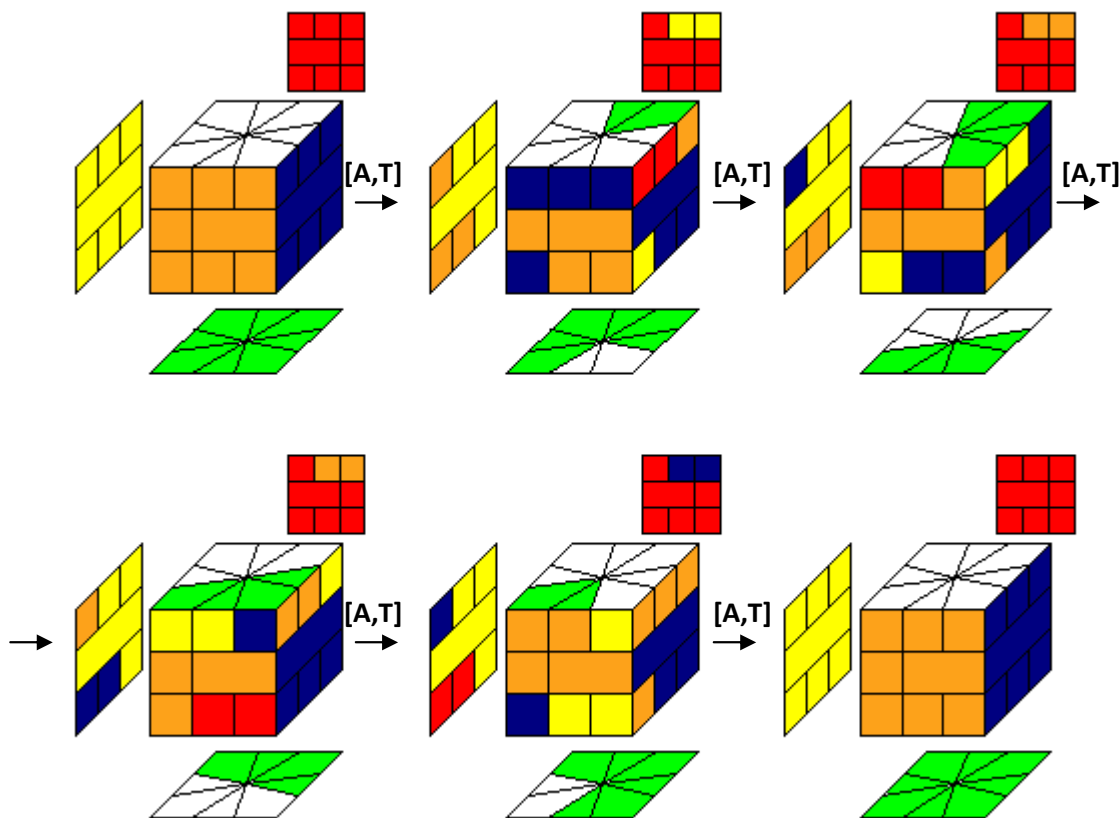
¹ Els girs $(1,0)$ i $(-1,0)$ són per prepara el moviment per tal de mantenir la forma cúbica, tal com ja s'ha vist en algun exemple.



4.2. Potència

Definició: direm que apliquem un **moviment, M , de potència p** , quan fem M^p ; en altres paraules, quan repetim p vegades el moviment M .

Per exemple, en el cas del commutador anterior, si el repetim 5 vegades, tenim $[A,T]^5 = \text{Identitat}$. Per tant, podem dir que les potències múltiples de 5 del commutador $[A,T]$ ens deixen el cub com si no l'haguéssim sotmès a cap moviment. Aquest fenomen es pot observar en les representacions següents:



4.3. Conjugació (preparació)

Definició: denominem conjugació a la tècnica que consisteix en realitzar uns moviments inicials, llavors l'operador, i per acabar, els moviments inversos als que hem realitzat inicialment.

Si considerem l'operació M , direm que el **conjugat de M per A** és:

$$A M A', \text{ on } A \text{ és la preparació}^2.$$

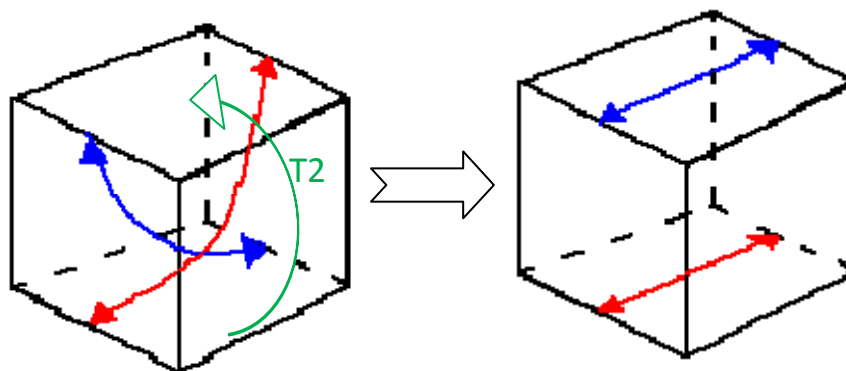
5. Anàlisi d'alguns moviments

En aquest punt, analitzarem alguns moviments que utilitza el tutorial per posar a lloc els colors del Super Cubix. Bàsicament, farem referència a les tècniques descrites en l'apartat anterior, sobre teoria de grups.

Els moviments que tractarem són:

- **ARI1:** $(T2+ARI0+T2) \rightarrow$ Veiem que realitzar aquest moviment, no és res més que realitzar ARI0 però amb una **preparació**, $T2$, la qual apliquem abans i després de l'operador. Per tant, podríem dir que el moviment ARI1 és el conjugat de ARI0 per $T2$.

Si ens hi fixem, aquesta preparació, és perquè enlloc d'intercanviar l'aresta frontal superior amb l'aresta posterior inferior, intercanvi la primera d'aquestes amb l'aresta posterior de la part superior. Veiem-ho amb un dibuix perquè quedi més clar:



Nota 1: Amb ARI0, obtenim el canvi d'arestes indicat en la figura de l'esquerra (la fletxa verda indica la preparació per realitzar ARI1), mentre que amb ARI1, el de la dreta.

Nota 2: Aquest tipus de tècnica és molt utilitzada en els moviments del tutorial. Observem que ARI2, ARI3, ARI4, VER1, VER3, entre altres, l'utilitzen.

² Es pot veure un exemple de preparació a la nota 4 de l'apartat 3.

- **VER2:** (VER0+A2) dos cops → En aquest cas, la tècnica utilitzada és la potència, és a dir, realitzem un cert nombre de vegades el moviment; en aquest cas, dues vegades (potència 2). Aquest operador, intercanvia dos vèrtex oposats, tan a la capa de baix, com a la de dalt.
- **Moviments etapa c:** la majoria dels moviments indicats a l'etapa c de la resolució del tutorial, usen el concepte de commutador, encara que, com ja hem dit, les operacions en el Super Cubix no commuten, però si poden ajudar a deixar la major part de les peces al seu lloc. Alguns moviments d'aquest tipus són:

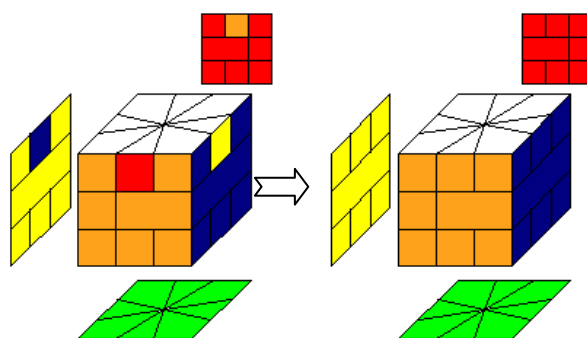
1. **ARI1+A+ARI1+a:** és del tipus ABA'B, on A i B són dos operadors; observem que A és el contrari de a, mentre que, tot i que ARI1 és equivalent a ARI1'. En altres paraules:

$ARI1 = T2 + (0,-1)+D2+(0,1) + (1,0)+D2+(-1,0) + T2$ és equivalent a

$ARI1' = T2 + (0,1)+D2+(0,-1) + (-1,0)+D2+(1,0) + T2$.

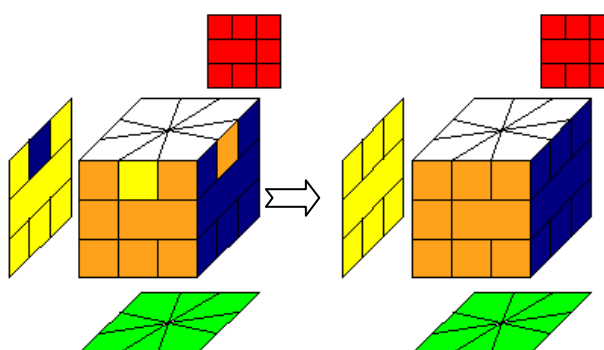
Per tant, podem escriure el moviment com **ARI1+A+ARI1'+a** (commutador).

Aquest conjunt de girs, repercuteixen sobre el cub de la següent manera:

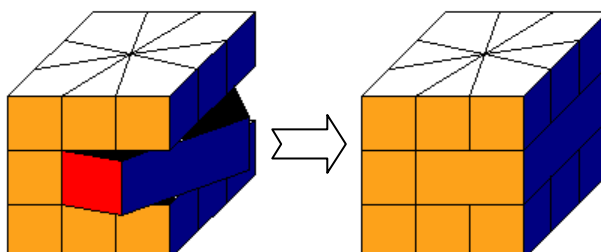


2. **a+ARI3+A+ARI3:** és del mateix tipus que l'anterior. Poder arribar a veure que ARI3 és equivalent a ARI3' i per tant podem escriure el moviment com **a+ARI3+A+ARI3'** (commutador).

La repercussió d'aquest seguit de girs és la següent:



- **Tornar la forma a la capa intermèdia:** $(D2+A2)$ tres cops \rightarrow Aquests girs serveixen perquè, un cop tinguem el cub muntat, posem en la seva forma correcta la capa del mig. Com es pot veure, utilitza els conceptes de potència (potència 3) i inclús el de preparació, perquè per realitzar $D2$ hem de fer $(0,-1)+D2+(0,1)$ com ja s'ha explicat a la nota 4 de l'apartat 3 (Notació).



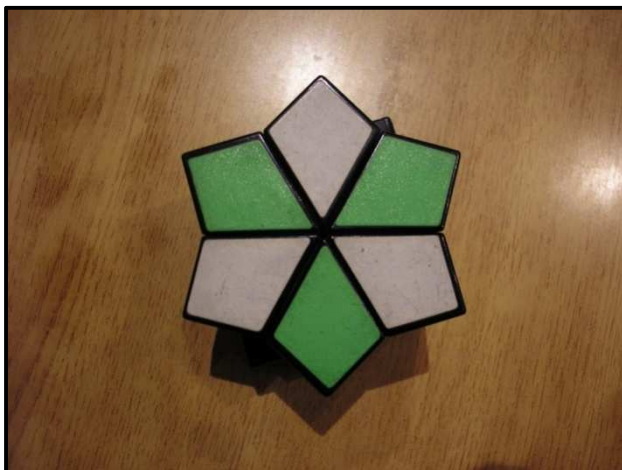
\rightarrow Si ens fixem, havent analitzat aquests moviments, podem veure que els altres són equivalents amb petites diferències. Realment, per resoldre el cub, cal aprendre pocs moviments i saber-los utilitzar amb les combinacions correctes.

6. Posicions curioses

Si alguna vegada ha jugat amb el cub de Rubik haurà observat que és poden col·locar els colors de formes força originals. En el cas del Super Cubix, això també és possible; ara bé, també és curiós formar formes originals, ja que a diferència del cub de Rubik, perd la forma cúbica. Així doncs, en aquest apartat, presentarem algunes de les formes que l'autor del tutorial cita, a més d'algunes combinacions de colors interessants, i veurem com arribar-hi i en veurem fotos des de varies perspectives.

1) Les **formes** que he considerat més rellevants i curioses són:

- **Estrella:** tal com el seu nom indica, podem fer que una cara (superior o inferior) adopti forma d'estrella. Aquesta

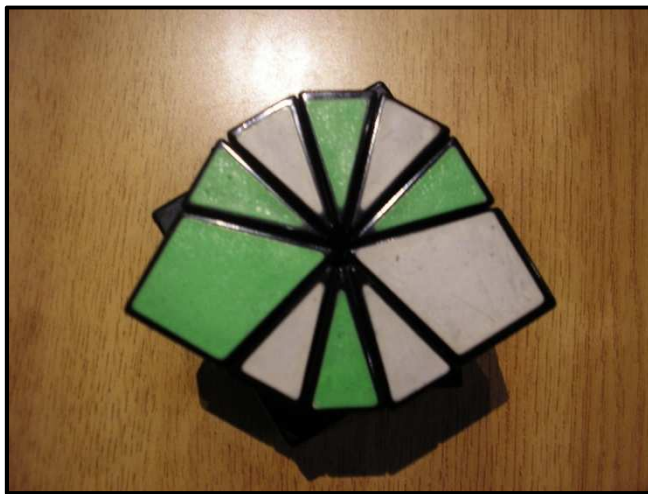


s'aconsegueix col·locant 6 vèrtex a la mateixa cara; per tant, és obvi que no podrem tenir mai les dos cares amb aquesta forma.

- **Ull:** la forma d'ull, s'aconsegueix amb 2 vèrtex i 8 arestes en una mateixa cara. Per tant, tenint en compte que en total hi ha 8 vèrtex i 8 arestes, podem concloure que a l'altre costat del trencaclosques, hi tindrem la forma d'estrella.



- **Ovni:** com podem observar a la imatge, la cara amb forma d'ovni està formada per 8 arestes i 2 vèrtex. Si ho recordem, són les mateixes peces que en el cas de l'ull. Això vol dir, també, que a l'altre costat hi tenim la forma d'estrella.



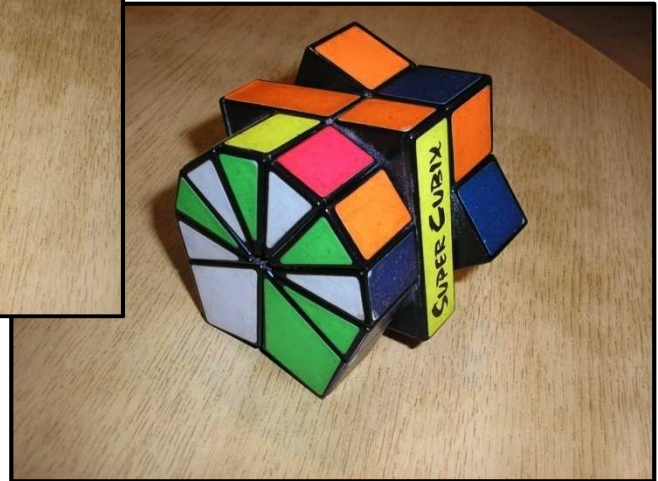
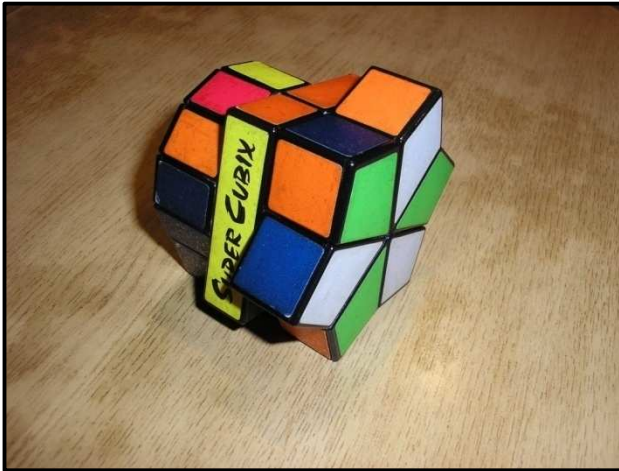
- **Cometa:** és una altra forma, que també consta de 8 arestes i 2 vèrtex. A diferència de les 2 formes anteriors, en aquesta, totes les arestes es toquen entre elles, amb la qual cosa s'observa que la part dreta del trencaclosques és $2/3$ d'una circumferència, un fet curiós, tractant-se d'un "cub".



Vistes aquestes formes, mostrem algunes configuracions formades amb elles. Per exemple:

- **Cometa – Estrella:** Per arribar de la posició inicial a aquesta configuració aplicarem els següents moviments:

$$D2+A+B+D2+(1,0)+(0,2)+D2+(2,0)+(0,4)+D2$$



Per trobar la seqüència de moviments, només cal fixar-

se en la taula que tenim al tutorial i partir de la posició final cap a la posició 36 (forma cúbica). Si ho fem, observem que la configuració cometa – estrella és la n^o3.

Llavors, la seqüència és:

$$3 \rightarrow 46 \rightarrow 38 \rightarrow 37 \rightarrow 36$$

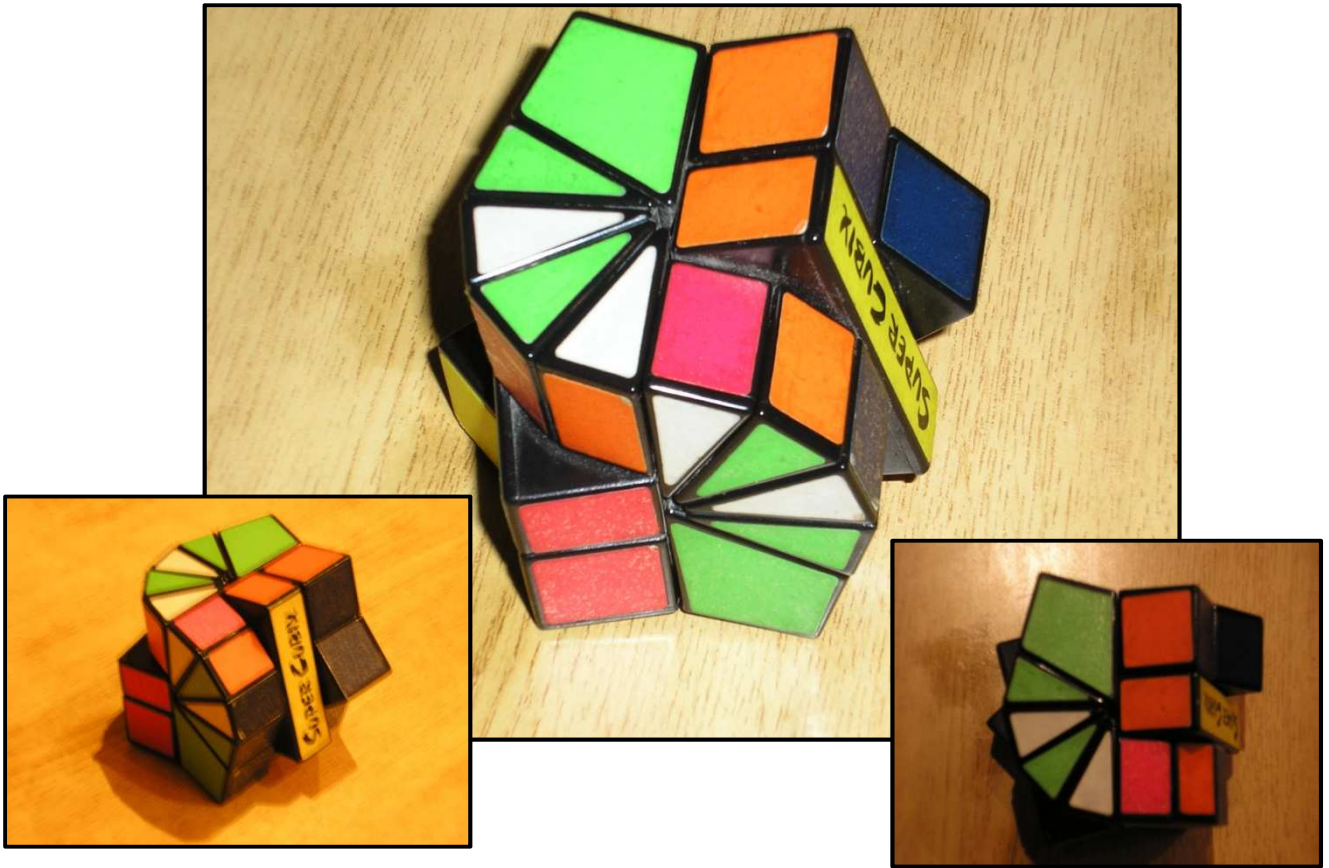
Ara només ens queda invertir la seqüència i, amb paciència, agafar el cub amb la seva posició inicial i fer el procés invers, arribant a la següent conclusió:

Passos	Moviment
De n ^o 36 a n ^o 37	D2
De n ^o 37 a n ^o 38	A + B + D2
De n ^o 38 a n ^o 46	(1,0) + (0,2) + D2
De n ^o 46 a n ^o 3	(2,0) + (0,4) + D2

- **Ull – Estrella:** és una de les configuracions amb que es sol presentar el Super Cubix. Hi ha algunes guies per solucionar el cub, que parteixen d'aquesta posició.

Seguint el mateix procediment que en la configuració *Cometa – Estrella*, veiem que els moviments que porten a aquestes formes són:

$$D2+A+B+D2+(1,0)+(0,2)+D2+(2,0)+(0,2)+D2$$



- **Ovni – Estrella:** és l'última de les configuracions que podem fer amb les formes citades anteriorment. Els moviments per arribar-hi, són:

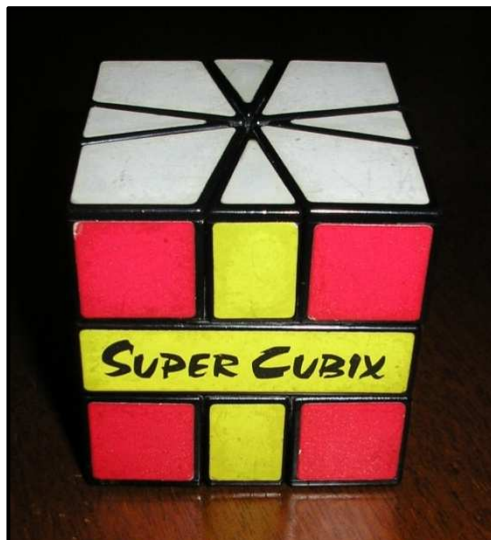
$$D2+A+D2+(1,0)+(0,2)+D2+(-2,0)+B+D2+(2,0)+B+D2+(-2,0)+(0,2)+D2$$


Observació: les configuracions que hem considerat són totes amb 6 vèrtex en una cara (estrella) i 2 a l'altre. Cal dir que n'hi ha moltes més, amb 5 vèrtex en una cara, i amb 4 vèrtex també. Amb totes elles, es podria fer el mateix anàlisi.

2) Algunes **combinacions de colors** interessants són:

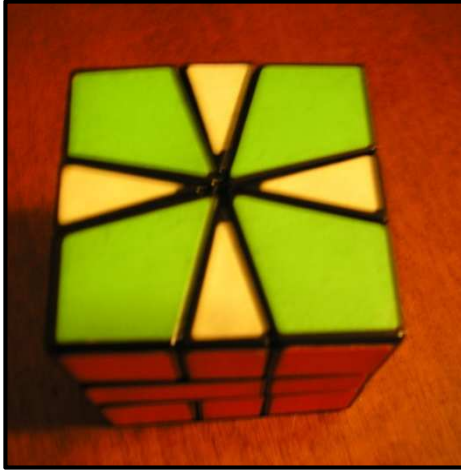
- **Creus sobre les cares laterals:** consisteix en formar creus de diferents colors, sobre de capes que no siguin d'aquest color, tal com es pot apreciar a la imatge. Per arribar a aquesta configuració, apliquem la següent recepta tres vegades: sobre una cara qualsevol, sobre la cara de la seva dreta i sobre la cara del seu darrera (amb aquest ordre).

$$B+T2+b+(0,-1)+D2+(0,1)+(1,0)+D2+(-1,0)+B+T2+b$$



- **Creus sobre cares superior i inferior:** consisteix en fer creus com el cas anterior. En aquest cas, formarem una creu verda sobre la capa superior (blanca) i una creu blanca sobre la capa inferior (verda). Per arribar a la configuració, apliquem els següents moviments dues vegades: sobre una cara qualsevol i llavors sobre la cara de la seva dreta.

$$B2+(0,-1)+D2+(0,1)+(1,0)+D2+(-1,0)+B2$$

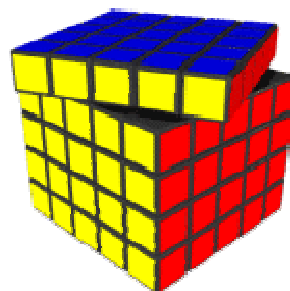


7. Altres cubs i trencaclosques

Per acabar, presentarem altres trencaclosques i cubs per l'estil. Alguns, com el cub de Rubik, ja n'hem fet referència durant el document; però també en veurem d'altres, alguns d'ells molt curiosos, i en farem una breu descripció. Cal insistir en que només és un petit tast dels molts trencaclosques mecànics que existeixen, ja que n'hi ha un munt.

- **Cub de Rubik (3x3x3):** va ser inventat l'any 1974, batejat amb el nom de cub màgic. Consisteix en un cub format per peces quadrades i pintades d'un únic color en cada cara. El cub té altres versions diferents, apart de l'estàndard (3x3x3): una de 2x2x2 (anomenat "Cub de Butxaca"); el de 4x4x4 (denominat "La venjança de Rubik"; i una altra de 5x5x5 (conegut com "El cub del professor"), entre moltíssimes altres.. Avui en dia, també s'han desenvolupat altres versions de 6x6x6 i 7x7x7. És sens dubte, el cub més mediàtic.

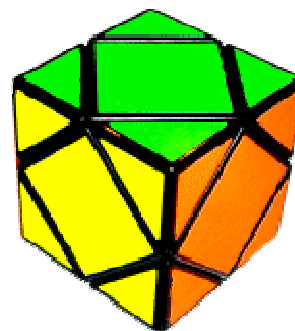
Com a curiositat, destacar que tot i arribar a tenir $4,3 \cdot 10^{19}$ posicions possibles, el rècord del món en resoldre'l és de 12,11 segons (Shotaro Makisumi).



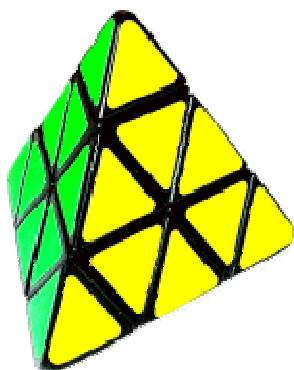
- **Skewb:** la paraula skewb prové de les paraules angleses *skew* (oblic) i *cube* (cub). El Skewb és també un trencaclosques mecànic, com el de Rubik, compost per peces que poden rotar i canviar de posició en direccions obliques, tal com es pot apreciar a la imatge.

Està tallat per només quatre plans perpendiculars a les diagonals principals; cada un d'aquests plans divideix el cub en dos parts iguals. Una rotació o moviment consisteix en rotar 120 graus cap a qualsevol d'aquests semicubs.

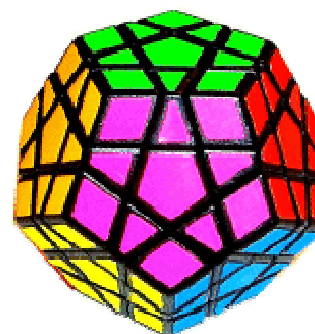
El Skewb està format per dos tipus de peces: vuit cantonades, amb tres colors cada una; i sis centres monocromàtics de forma quadrada. Cada moviment desplaça quatre cantonades i tres centres. Destaquem que la seva estructura està molt relacionada amb el següent trencaclosques que presentem: el Pyraminx.



- **Pyraminx:** es un trencaclosques amb forma de tetraedre, que conté quatre eixos de rotació, com el Skewb. Les sis peces dels centres de les arestes es corresponen amb les sis peces centrals del Skewb, mentre que les quatre peces de les cantonades del Pyraminx es corresponen amb quatre de les cantonades del Skewb.



- **Megaminx:** aquest és un trencaclosques amb forma de dodecaedre regular, és a dir, té 12 costats. Si ens fixem en la imatge, podem veure a primer cop d'ull que les peces centrals de cada cara són pentàgons i que sempre estaran al mateix lloc (són peces fixes); només podrem moure les cares del dodecaedre, que també tenen forma pentagonal.



- **Cuboku:** és un cub mòbil com el cub de Rubik, en les cares del qual es mostren



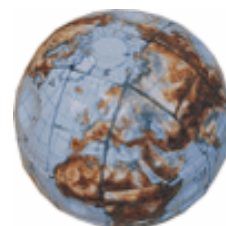
fragments de sudokus. L'objectiu del trencaclosques és trobar sudokus autèntics, sense tenir en compte l'orientació dels números. A més, pots intentar resoldre el cub tenint en compte, ara sí, l'orientació dels cubs. Per tant és tot un repte.

- **Octo Puzzle:** va aparèixer pels volts de 1995. És una anella amb quatre peces de

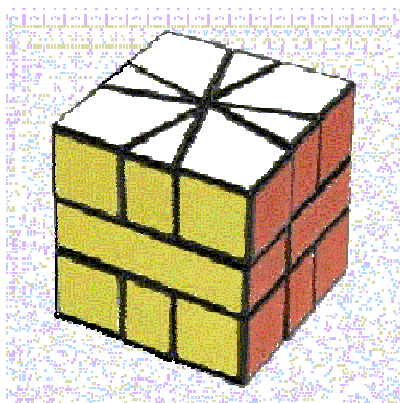


cada un dels vuit colors, que giren perpendicularment al voltant de "l'equador". Quan estan alineades, un tall pla permet a les capes superior i inferior rotar con si fossin dues circumferències superposades.

- **Hungarian Globe:** és un cub amb la forma i dibuix del globus terraquí. En realitat, no gira com un cub, sinó que té vuit casquets fixes (de forma triangular-esfèrica) i 30 peces quadrades que es mouen per uns carrils. Això fa que s'hagi de desplaçar tot l'equador d'un gir complet, o els altres dos meridians, per col·locar les peces. És sens dubte, un trencaclosques curiós.

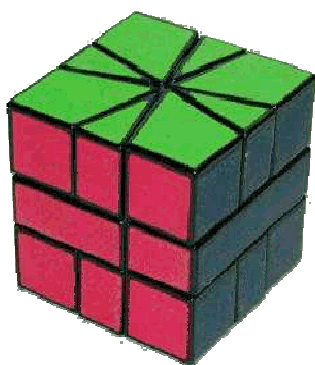


SQUARE 1 / (BACK TO) SQUARE ONE / SUPER CUBIX / CUBE 21



□ **Contenido:**

- descripción y un poco de [historia](#)
- [enlaces](#) a páginas web relacionadas
- [solución](#) al Square 1
- [conclusiones](#) interesantes



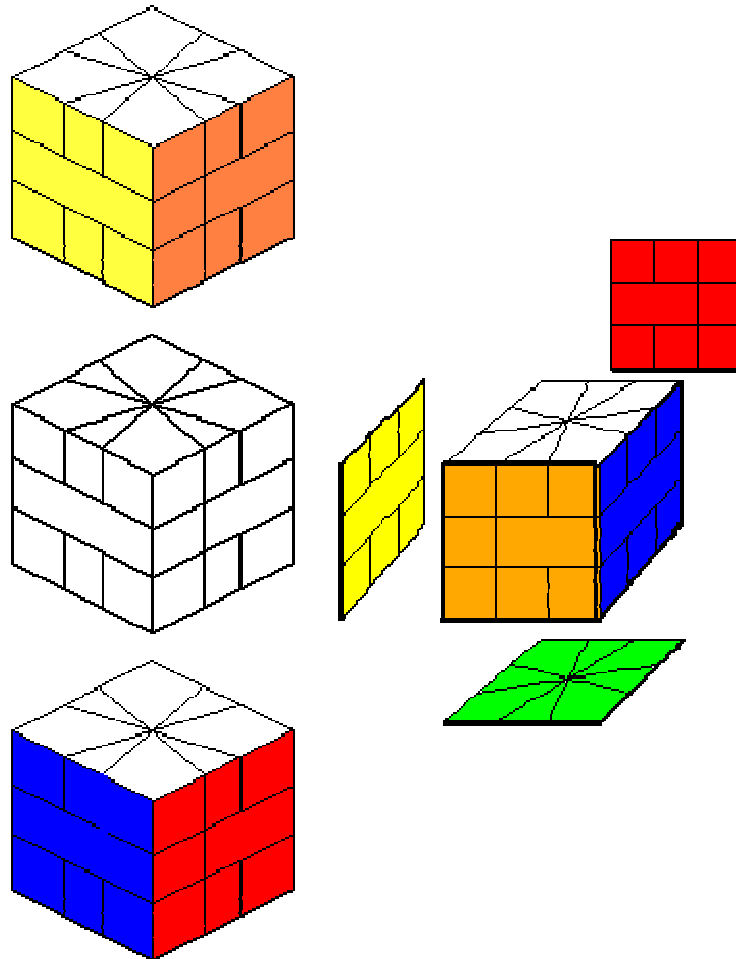
regresar a mi  [página principal](#)

• DESCRIPCIÓN Y UN POCO DE HISTORIA

El *Square 1*, (*Back to*) *Square One*, *Super Cubix* o *Cube 21*, que de estas 4 maneras se puede llamar, es un endiablado rompecabezas mecánico inventado en 1992, mucho después que el Cubo de Rubik, y que devolvió a los "cuberos" (como habitualmente se conoce a los apasionados de los rompecabezas mecánicos) la ilusión por enfrentarse a otro difícil desafío, como lo habían sido sus predecesores 2x2x2 (*Pocket cube*), *Skewb*, 3x3x3 (*cubo de Rubik*), 4x4x4 (*Revenge cube*) y 5x5x5 (*Professor's cube*), sobre todo estos 3 últimos.

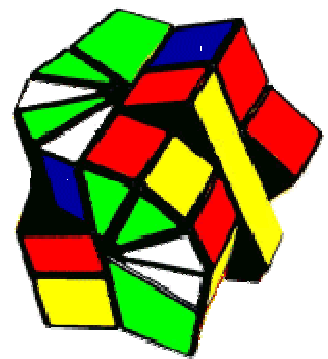
Está formado por 3 capas o niveles, que pueden girar libremente en dirección horizontal, pero las 6 caras laterales sólo pueden girar según una ranura o hendidura oblicua que atraviesa la capa intermedia de parte a parte, y siempre que esa ranura coincida con cualquiera de las ranuras de las capas superior e inferior (naturalmente esta ranura debe coincidir tanto en una capa como en otra). Es precisamente esta limitación lo que confiere al Square 1 su extraordinaria dificultad, que lo ha llevado a ser comparado con el cubo de Rubik clásico (3x3x3), aunque una vez colocadas las piezas en su lugar no hace falta orientarlas como sucede con el cubo de Rubik, pues siempre aparecen ya orientadas al no poder girar sobre sí mismas.

Sólo tiene dos tipos de piezas: los *vértices* que abarcan 60 grados cada uno, y las *aristas* que abarcan 30 grados cada una. Hasta ahora sólo se ha construido un modelo, que presenta estos colores por cara -las 2 imágenes coloreadas de la izquierda corresponden a la perspectiva frontal y a la perspectiva posterior, respectivamente, y a la derecha hay una vista general-:



Aunque no es muy conocido por los interesados en rompecabezas mecánicos -el primer libro sobre este tema no fue publicado hasta 1994 por Richard Snyder- últimamente ha resurgido con motivo de la aparición en Internet de varias páginas web (ver los *enlaces* que expongo al comienzo) que han estudiado posibles soluciones al mismo -entre ellas ésta que estás visitando, y creo que la única en idioma español-

Su "*encanto*", y al mismo tiempo su gran complejidad, estriba en que si no se controlan los giros en sentido *oblicuo*, el rompecabezas puede llegar a adoptar hasta 90 formas (sin tener en cuenta la capa intermedia: 5 formas con 6 vértices en una cara y 2 en la otra, *más* 30 formas con 5 vértices en una cara y 3 en la otra, *más* 55 formas con 4 vértices en cada cara) muy atractivas y curiosas, a las que se les ha dado un *nombre descriptivo* para recordarlas. Por ejemplo, los cubos adquiridos a Uwe Meffert vienen en este formato (que no presenta excesiva dificultad para ser resuelto, a pesar de su aparente complejidad):



comienzo de  la página

ENLACES A PÁGINAS WEB RELACIONADAS CON EL SQUARE 1

- [Jaap](#) Sherphuis, un holandés que vive en Inglaterra desde su infancia, expone una solución muy interesante, aunque con muy pocos gráficos. Algunas ideas importantes expuestas aquí están tomadas de su excelente trabajo, pues además de ser una persona muy inteligente dispone de gran amabilidad para contestar cualquier consulta que se le haga, incluso sobre


juegos que no tengan nada que ver con los rompecabezas mecánicos (las Torres de Hanoi, las Torres de Babilonia, el Juego de la Vida,)

- [Matthew](#) Monroe representa gráficamente su solución, de manera muy visual, aunque no explica qué hay que hacer en caso de encontrarse al final del proceso con solamente un par de piezas a intercambiar (se dice que la *paridad* es *impar*, y hay que hacer algo para solucionar este problema, como veremos al final de la solución). Algunos gráficos que aparecen aquí están tomados de su página web, modificando los originales.
- [Uwe](#) Meffert, un alemán afincado en Hong Kong desde hace muchos años, lo vende a todo el mundo desde su delegación de Canadá. Además, comercializa muchos otros rompecabezas mecánicos, como el Tetraminx (tetraedro con caras girables), el Pyraminx (pirámide con caras girables), el Megaminx (dodecaedro con caras girables), el Skewb (cubo con giros laterales oblicuos), el Ultimate Skewb (dodecaedro con giros laterales oblicuos), Siamese cube (dos cubos de Rubik unidos entre sí), Bandaged cube (cubo de Rubik con piezas pegadas entre sí), ...
- [Christian](#) Eggermont ha desarrollado una de las primeras soluciones que se conocen
- [Hery](#) es un croata orgulloso de su país y entusiasta del Square 1
- [Blake](#) O'Hare utiliza gráficos inteligibles y muy trabajados en su solución
- [Chris](#) y Kori exponen un atractivo listado de las posibles formas que el Square 1 puede adoptar, además de varias fotografías del Square 1 con las piezas totalmente intercambiadas
- [Watanabe](#) tiene una página en japonés
- Otros que han desarrollado soluciones al Square 1, pero que actualmente no disponen de página web relacionada con el rompecabezas: Arensburg, Sicherman, Pink, Tim Browne, ...
- Y personas interesadas en el Square 1: Timo [Jokitalo](#), Rodney [Hoffman](#), Phil [Servita](#), Robert [Richter](#), John [Sheridan](#), y tantos otros más, procedentes de cualquier lugar del mundo, ...

comienzo de  la página

SOLUCIÓN

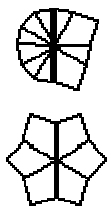
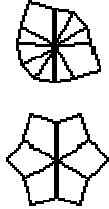
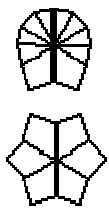
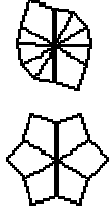
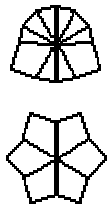
 **Fase I:** Devolver nuestro Square 1 a su *forma cúbica* original

 **Solución 1:** Buscando en la siguiente lista de todas (90) las posibles configuraciones que puede adoptar el Square 1 -sin tener en cuenta la capa intermedia, que como sabemos podrá adoptar para cada una de las 90 formas 2 configuraciones: *cuadrado* o *hexagonal (chaleco)*-, y recorrer el camino indicado hasta conseguir la forma cúbica deseada (forma *pañuelo/pañuelo*). Cada forma está compuesta de dos dibujos: la capa o cara superior vista desde arriba, y la capa o cara inferior vista desde abajo. Se trata de, una vez tenemos la disposición indicada en la forma, girar 180 grados la parte derecha de todo el puzzle, por la línea vertical que atraviesa cada imagen. La *distancia* nos da la cantidad de giros de la parte derecha del rompecabezas que son necesarios hasta llegar a forma cúbica (*pañuelo / pañuelo*).

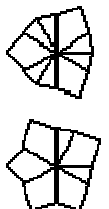
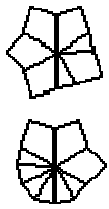
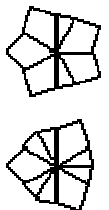
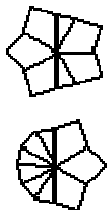
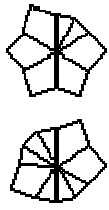
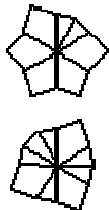
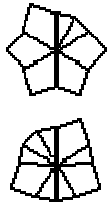
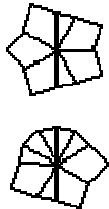
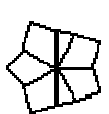
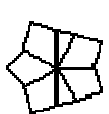
Un mismo dibujo puede tener varios nombres, como es el caso del *cometa*, conocido también como *mitra*, el *ojo* conocido también como *limón*, el *batín* conocido también como *seta*, el *kimono* conocido también como *concha de peregrino*, el *chaleco* conocido también como *cachirulo* o *cometa de pascua*, la *coraza* conocido también como *plumilla* o *chaleco en percha*, o la *bala* conocida también como *mezquita*.







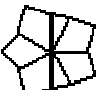
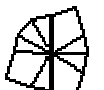






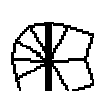

















5 formas posibles con 6 vértices en una cara (estrella) y 2 en la otra

#	Forma	Nombre	Distancia	Siguiente	#	Forma	Nombre	Distancia	Siguiente
---	-------	--------	-----------	-----------	---	-------	--------	-----------	-----------

1		Igloo Estrella	6	7	2		Ovni Estrella	6	44
3		Cometa Estrella	4	46	4		Ojo Estrella	4	46
5		Samurai Estrella	4	87					

30 formas posibles con 5 vértices en una cara y 3 en la otra

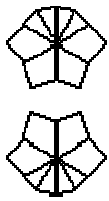
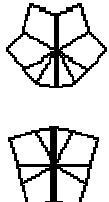
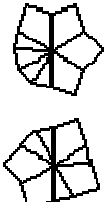
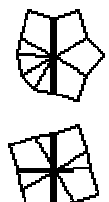
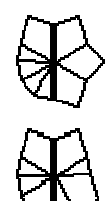
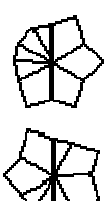
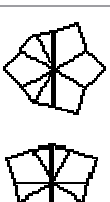
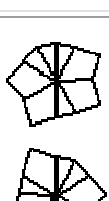
#	Forma	Nombre	Distancia	Siguiente	#	Forma	Nombre	Distancia	Siguiente
6		Nave espacial Punta de flecha	6	12	7		Punta de flecha Flor de Lys	5	22
8		Coraza Nave espacial	6	10	9		Coraza Flor de Lys	5	3
10		Barril abierto Bala	5	22	11		Barril abierto Sin nombre	5	22
12		Barril abierto Sin nombre	5	29	13		Coraza Casco sin protector	5	23
14		Coraza Bala	5	23	15		Coraza Casco con protector	5	29

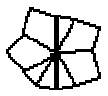

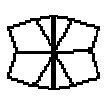





























									
16	 	Coraza Pañuelo de 3 puntas	5	29	17	 	Coraza Sin nombre	5	24
18	 	Coraza Sin nombre	5	23	19	 	Flor de lys Barril abierto	4	46
20	 	Sin nombre Punta de flecha	5	22	21	 	Sin nombre Punta de flecha	5	22
22	 	Casco sin protector Barril abierto	4	48	23	 	Sin nombre Barril abierto	4	46
24	 	Bala Punta de flecha	4	87	25	 	Sin nombre Coraza	4	48
26	 	Casco con protector Punta de flecha	4	48	27	 	Pañuelo de 3 puntas Punta de flecha	4	48
28	 	Sin nombre Punta de flecha	4	42	29	 	Casco con protector Punta de flecha	4	48
30		Sin nombre Coraza	4	48	31		Sin nombre Barril abierto	4	46

32		Casco con protector	4	48	33		Pañuelo de 3 puntas	4	87
		Barril abierto					Barril abierto		
34		Sin nombre	4	42	35		Nave espacial	4	43
		Punta de flecha					Barril abierto		

55 formas posibles con 4 vértices y 4 aristas en cada cara

#	Forma	Nombre	Distancia	Siguiente	#	Forma	Nombre	Distancia	Siguiente
36		Pañuelo	0	¡eureka!	37		Chaleco	1	36
		Pañuelo					Chaleco		
38		Barril	2	37	39		Chaleco	3	90
		Barril					Barril		
40		Pañuelo	3	90	41		Batín	3	38
		Batín					Batín		
42		Pañuelo	3	90	43		Escudo	3	38
		Escudo					Escudo		
44		Kimono	5	32	45		Kimono	4	43
		Garra derecha					Barril		

46		Kimono Kimono	3	38	47		Kimomo Garra izquierda	5	22
48		Kimono Chaleco	3	90	49		Kimono Puño derecho	5	22
50		Kimono Pañuelo	5	29	51		Kimono Escudo	5	5
52		Kimono Puño izquierdo	5	22	53		Kimono Batín	5	22
54		Chaleco Puño izquierdo	6	80	55		Escudo Kimono	5	34
56		Batín Chaleco	6	75	57		Chaleco Pañuelo	7	72
58		Batín Puño izquierdo	6	49	59		Batín Barril	6	53
60		Batín Escudo	4	48	61		Batín Puño derecho	6	52

62	 	Batín Garra derecha	5	31	63	 	Barril Garra derecha	5	25
64	 	Barril Pañuelo	6	74	65	 	Barril Garra izquierda	5	22
66	 	Escudo Barril	5	23	67	 	Barril Puño izquierdo	6	44
68	 	Escudo Puño izquierdo	5	24	69	 	Puño izquierdo Pañuelo	6	79
70	 	Barril Puño izquierdo	6	44	71	 	Puño izquierdo Chaleco	6	80
72	 	Puño izquierdo Puño izquierdo	6	75	73	 	Puño derecho Pañuelo	6	80
74	 	Garra izquierda Garra izquierda	5	4	75	 	Garra izquierda Puño derecho	5	24
76	 	Escudo Garra izquierda	5	22	77	 	Garra izquierda Escudo	5	22

78		Garra izquierda Batín	5	23	79		Garra izquierda Chaleco	5	23
80		Garra izquierda Pañuelo	5	27	81		Escudo Puño derecho	5	24
82		Garra derecha Chaleco	5	31	83		Garra derecha Puño izquierdo	5	24
84		Garra derecha Pañuelo	5	27	85		Garra izquierda Puño izquierdo	4	42
86		Garra derecha Puño derecho	4	42	87		Garra izquierda Garra derecha	3	90
88		Garra derecha Garra izquierda	3	90	89		Puño derecho Puño izquierdo	2	37
90		Puño izquierdo Puño derecho	2	37					

comienzo de  la página

Solución 2: Se trata de escoger una forma asequible (que no presente excesiva dificultad el llegar hasta ella), fácil de recordar (con forma y nombre descriptivo llamativos) y aprenderse de memoria cómo llegar a forma cúbica desde esa forma elegida (naturalmente, habrá que escoger una forma que no esté excesivamente alejada de la forma cúbica final) . Elijo la forma 3 de la tabla

anterior (*cometa / estrella*), pues en ella las 8 aristas están unidas en un solo grupo por lo que habrá una cara formada exclusivamente por vértices, y además es muy fácil llegar desde ella a forma cúbica, con solamente 4 giros. Y ahora se van formando parejas de aristas, y una vez tenemos al menos 3 parejas, se unen entre sí. Parece que a la primera persona a la que se le ocurrió un método similar, fue a Robert [Richter](#), de quien -a través de Jaap [Sherphuis](#)- he tomado varias ideas para desarrollar mi solución.

Para ir formando parejas de aristas, el mejor método consiste en colocar una arista suelta en la parte delantera izquierda de la ranura de la capa superior, y la otra arista que formará pareja con la anterior colocarla en la parte trasera derecha de la ranura de la capa inferior, para que con un giro de 180 grados de la parte derecha del rompecabezas podamos unir las. En caso de haber conseguido solamente 3 parejas, hay que unir este conjunto de 6 aristas con un *medio-chaleco inferior* (parte inferior de un chaleco vertical):

Es decir, se trata de llegar a la forma 9 de la tabla anterior (*coraza / flor de lys*) en el caso de haber conseguido solamente 3 parejas de aristas unidas en un grupo de 6 aristas:



O a la forma 19 de la tabla anterior (*barril abierto / flor de lys*), en caso de haber conseguido 4 parejas de aristas, 3 de esas parejas unidas en un grupo de 6 aristas:

nota: muchas veces nos valdremos de un *casco con protector* (presente en las formas 15, 26, 29 y 32 de la tabla anterior), al que llegaremos tras unir una *larva* y un *medio-chaleco vertical* (ver [conclusiones](#) al final de la página), para obtener el *medio-chaleco inferior* necesario para llegar a la forma 9 (*coraza / flor de lys*):

Al llegar a esta forma Podemos considerarla como formada por estas dos piezas



Y desde (*flor de lys / coraza*) o (*flor de lys / barril abierto*) a (*pañuelo / pañuelo*) a través de (*estrella / cometa*), (*kimono / kimono*), (*barril / barril*) y (*chaleco / chaleco*):

primer paso	segundo paso	tercer paso	cuatro paso	final

Fase II: una vez hemos conseguido devolver el Square 1 a forma cúbica, se trata de ir colocando las piezas (tanto vértices como aristas) a su lugar original en el rompecabezas.

Cara Frontal, de color naranja

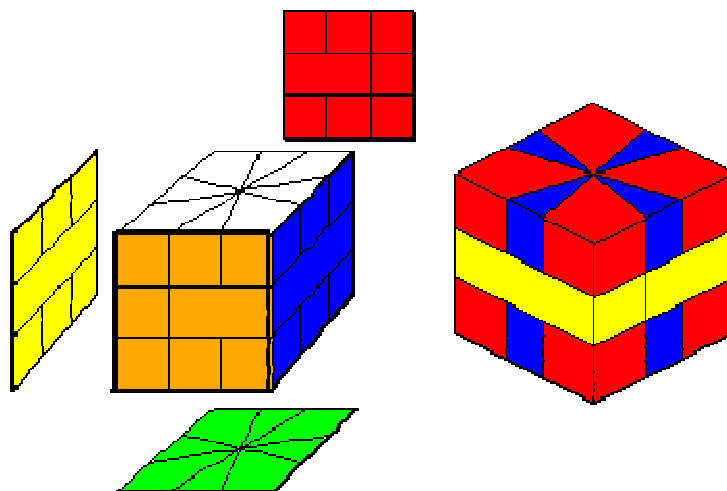
Cara Derecha, de color azul

Cara Izquierda, de color amarillo

Cara Trasera, de color rojo

Cara superior (Alta), de color blanco

Cara inferior (Baja), de color verde



Aristas (otros nombres: triángulos, cuñas), de color azul

Vértices (otros nombres: rombos, diamantes), de color rojo

Capa intermedia, de color amarillo

Necesitamos para ello una *notación* de las caras o capas, así como de los giros efectuados con ellas. En el interior de los paréntesis, el primer número indica los avances de 30 grados (amplitud de una arista) de la capa superior, y el segundo número indica lo mismo pero en la capa inferior:

<i>Cara o Capa</i>	<i>Giro doble</i>	<i>Giro simple (en sentido horario)</i>	<i>Giro simple (en sentido antihorario)</i>
<i>superior (Alta)</i>	A2: (6,0)	A: (3,0)	a: (-3,0)
<i>inferior (Baja)</i>	B2: (0, 6)	B: (0,3)	b: (0,-3)
<i>Frontal</i>	F2		
<i>Derecha</i>	D2		
<i>Trasera</i>	T2		
<i>Izquierda</i>	I2		
<i>interMedia</i>	M2	M (hacia la derecha)	m (hacia la izquierda)

nota: los giros simples se realizan mirando de frente la cara afectada, para determinar el sentido horario y el antihorario

nota: los giros de la capa intermedia (M2, M y m) se realizarán para que la ranura de la capa intermedia esté en posición para poder girar una cara lateral (F2, D2, T2 o I2), por lo que no se escribirán, pues habrá situaciones en las que no será necesario girarla al estar ya en posición de giro de cara lateral. Simplemente hay que ejecutarlos cuando no se pueda girar una cara lateral.

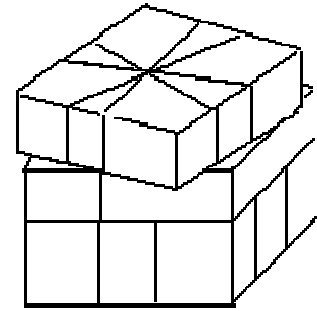
Además, es necesario comprender muy bien cómo afectan los siguientes movimientos elementales a las aristas y a los vértices, teniendo en cuenta esta nomenclatura para las distintas piezas:

<i>Arista</i>	<i>Lugar ocupado</i>	<i>Vértice</i>	<i>Lugar ocupado</i>
AF	[AF]: intersección de las caras A y F	AFD	[AFD]: intersección de las caras A, F y D
AD	[AD]: intersección de las caras A y D	AFI	[AFI]: intersección de las caras A, F e I
AT	[AT]: intersección de las caras A y T	ATI	[ATI]: intersección de las caras A, T e I
AI	[AI]: intersección de las caras A e I	ATD	[ATD]: intersección de las caras A, T y D
BF	[BF]: intersección de las caras B y F	BFI	[BFI]: intersección de las caras B, F e I
BD	[BD]: intersección de las caras B y D	BFD	[BFD]: intersección de las caras B, F y D
BT	[BT]: intersección de las caras B y T	BTD	[BTD]: intersección de las caras B, T y D
BI	[BI]: intersección de las caras B e I	BTI	[BTI]: intersección de las caras B, T e I

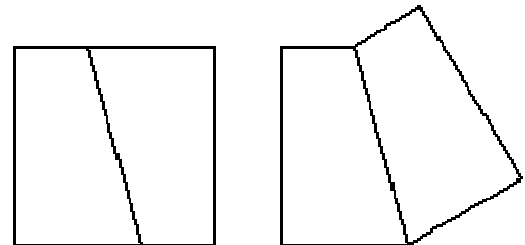
<i>Movimiento elemental</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Efecto sobre las aristas</i>	<i>Efecto sobre los vértices</i>
<i>ari1</i>	$(0,-1) + D2 + (0,1)$		
<i>ari2</i>	$(1,0) + D2 + (0,-1)$		
<i>ver1</i>	$(-2,0) + D2 + (2,0)$		
<i>ver2</i>	$(0,2) + D2 + (0,-2)$		

Notas interesantes a tener en cuenta

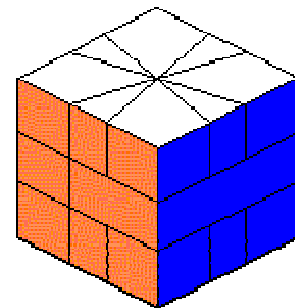
nota 1: Los giros *pequeños* de las caras superior (A) e inferior (B) a base de 30 grados (1,0), (-1,0), (0,1), (0,-1) y a base de 60 grados (2,0), (-2,0), (0,2), y (0,2) se realizan para que el Square 1 no pierda la forma cúbica a pesar de girar las caras laterales (F, D, T, I). Por ejemplo, el giro (1,0) se hace de esta manera:



nota 2: De momento no nos importa si la capa intermedia es cuadrada o hexagonal (forma de *chaleco*), pues se puede corregir al final de todo el proceso:

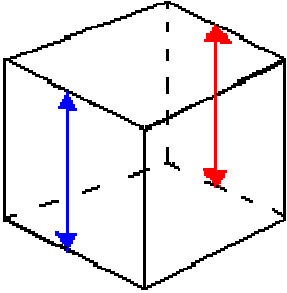
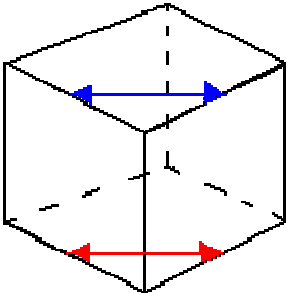
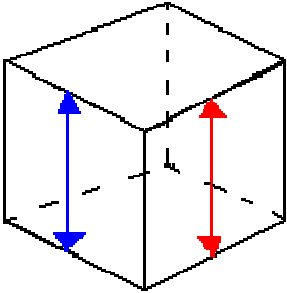
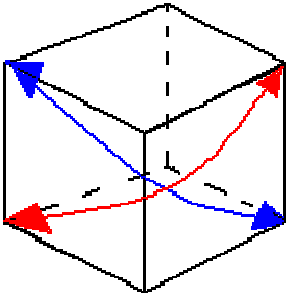
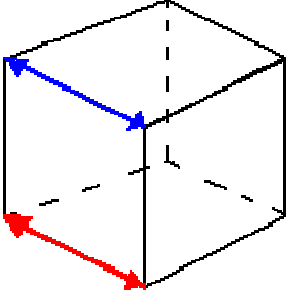


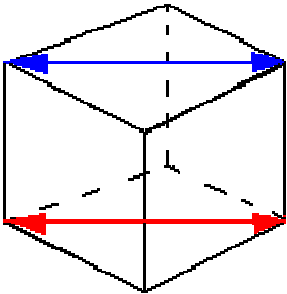
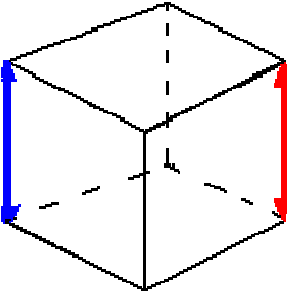
nota 3: Voy a dividir esta fase en varias etapas, para comprender mejor el proceso. Hay que considerar que el modelo sobre el que vamos a trabajar es el que aparece a la derecha, porque casi siempre vamos a hacer giros de las caras *Frontal* (cara naranja en el dibujo), superior *A* (cara blanca en el dibujo) y *Derecha* (cara azul en el dibujo), y conviene no perderlas de vista. Por lo tanto, la cara *Trasera* sería la de color rojo, la cara *Izquierda* la de color amarillo, y la cara inferior (*Baja*) la de color verde.



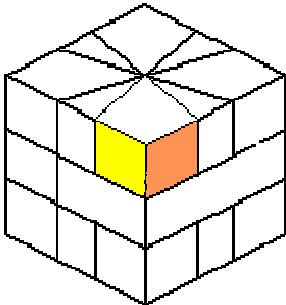
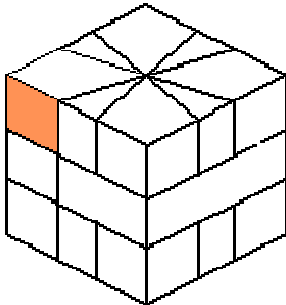
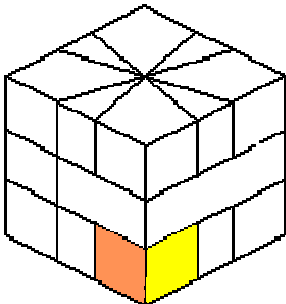
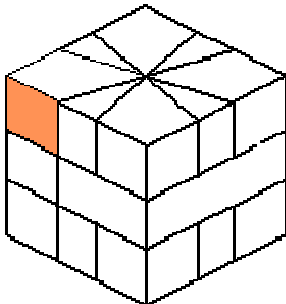
Procedimientos sobre aristas

<i>procedimiento</i>	<i>efecto</i>	<i>explicación</i>
ARI0: <i>ari1 + ari2</i>		Al combinar los procedimientos a1 y a2, los efectos sobre los vértices se contrarrestan, así como el efecto sobre las aristas AD y BD. Este procedimiento se toma como base de los siguientes, <i>conjugados</i> suyos.
ARI1: <i>T2+ARI0+T2</i>		Este y los siguientes procedimientos sobre aristas son <i>conjugaciones</i> de (a1+a2), es decir, toman como base (a1+a2) y a partir de él se crean, colocando las piezas que nos interesan en posición de sufrir un <i>ARI</i> , y después se deshace el primer paso. El primer <i>T2</i> tiene por objeto colocar AT en [BT] y BT en [AT]. Desglosado, el procedimiento completo es: (0,-1)+T2+(0,1)+ ARI0 +(0,-1)+T2+(0,1)

<p>ARI2: B2+ARI0+B2</p>		<p>El primer B2 tiene por objeto colocar FB en [TB] y TB en [FB].</p>
<p>ARI3: B+T2+b+ARI0 +B+T2 +b</p>		<p>El objetivo es colocar BD en [AT] y AD en [BT], conservando FB y FA en sus lugares. Con el primer B colocamos BD en [BT] para que con T2 se coloque donde queremos que vaya ([AT]). Pero con T2 hemos llevado AD a [BI], por lo que con el primer b colocamos AD donde queremos ([BT]) al mismo tiempo que devolvemos FB a su lugar original. Desglosado, el procedimiento completo es:</p> <p>$B+(0,-1)+T2+(0,1)+b+ARI0+B+(0,-1)+T2+(0,1)+b$</p>
<p>ARI4: B+T2+B+ARI0 +b+T2+b</p>		<p>El objetivo es colocar FB en [TB], DB en [TA] y AD en [FB], conservando FA en su lugar. Con el primer B acercamos FB a su lugar de destino ([TB]), al mismo tiempo que colocamos DB en [BT]. Con el primer T2 llevemos DB a su destino [AT], al mismo tiempo que llevamos AD a [IB]. Con el segundo B terminamos de colocar FB en [TB] y de paso colocamos AD (que ahora estaba en [IB]) en [FB]. Desglosado, el procedimiento completo es:</p> <p>$B+(0,-1)+T2+(0,1)+B+ARI0+b+(0,-1)+T2+(0,1)+b$</p>
<p>Procedimientos sobre vértices</p>		
<p>procedimiento</p>	<p>efecto</p>	<p>explicación</p>
<p>VER0: ver1 + ver2</p>		<p>Al combinar los procedimientos v1 y v2, los efectos sobre las aristas se contrarrestan, así como los efectos sobre los vértices AFD y BFD. Como en el caso de los procedimientos sobre aristas, este procedimiento se toma como base de los siguientes, conjugados suyos.</p>
<p>VER1: D2+VER0+D2</p>		<p>Lo emplearemos para colocar el último vértice de los 8 del Square 1 (Fase II / Etapa b). Con el primer D2 hemos colocado los vértices FAD y FBD en los lugares donde va a actuar VER0, es decir en [TAD] y [TBD].</p>

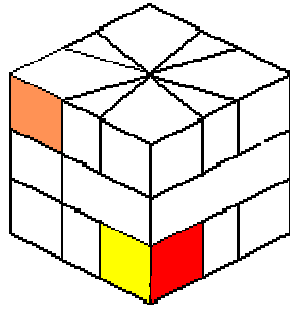
<p><i>VER2:</i></p> <p><i>(VER0 + A2)</i> dos veces</p>		<p>Según mi método, no hace falta utilizarlo nunca, pero lo expongo como ejemplo de permuta de vértices, por si se desea colocar primero las aristas y después los vértices (ver conclusiones finales). Después del primer <i>A2</i> se colocan <i>BTD</i> (que estaba en [AFI] tras el primer <i>VER0</i>) en [ATD] y <i>FBI</i> (que estaba en [ATD] tras el primer <i>VER0</i>) en [AFI].</p>
<p><i>VER3:</i></p> <p><i>B2+VER0+B2</i></p>		<p>El mismo primer comentario que en el caso anterior de permuta de vértices. Con el primer <i>B2</i> coloco <i>BFI</i> en [BTD], y <i>BTD</i> en [BFI], posición ideal para poder aplicar <i>VER0</i>. Al no tener que girar ninguna cara lateral antes y después del procedimiento <i>VER0</i>, no hace falta desglosarlo para comprenderlo mejor. Y el mismo último comentario que el caso anterior de permuta de vértices, pues aquí tampoco se gira ninguna cara lateral.</p>

Etapa a: Colocar los *vértices de la capa superior* en su lugar correcto. Se podría utilizar sólo los procedimientos *VER0, VER1, VER2* o *VER3*, pero como de momento sólo me interesan los vértices de la capa superior, utilizo estos procedimientos más simples. Naturalmente, con estos procedimientos se mezclarán mucho más los vértices de la capa inferior, así como las aristas de todo el rompecabezas, pero hemos acordado que esto no nos importa de momento.

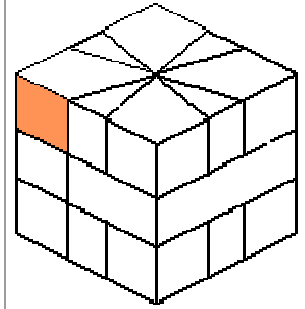
<i>Lo que pretendemos</i>	<i>Lo que tenemos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Lo que obtendremos</i>
<p>Colocar el vértice <i>AFI</i> en su lugar natural. Para ello, si está en la capa superior, girar esta capa con <i>A, A2</i> o <i>a</i> hasta que <i>AFI</i> esté colocado en [AFI]. Si está en la capa inferior, subirlo a la capa superior con un giro doble de cara lateral (teniendo cuidado de mantener la forma cúbica), y una vez en la capa superior girar ésta hasta que <i>AFI</i> esté colocado en [AFI]. Veamos un ejemplo de cada caso:</p>		<p><i>A</i></p>	
		<p><i>D2 + A2</i></p> <p>Desglosado: $(0,-1)+D2+(0,1)+A2$</p>	

Comentario: como es el primer vértice a colocar, no nos importa la situación del resto de vértices, por lo que los giros a realizar son casi totalmente libres

Colocar el vértice ATI en su lugar natural. Para ello, si está en la capa superior, bajarlo a la capa inferior con cualquier giro doble de capa lateral (teniendo cuidado de mantener la forma cúbica). Una vez esté en la capa inferior, y una vez hemos girado la capa superior para adecuar el posterior giro $D2$, girar la capa inferior hasta que el vértice esté en [FBD], y después con $D2$ llevarlo a su lugar. Al final habrá que volver a girar la capa superior para que quede como deseábamos:

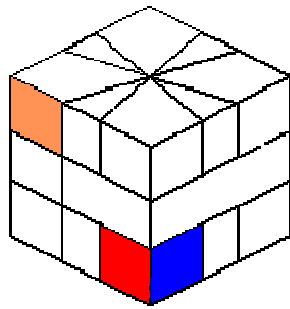


$A + D2 + a$
 Desglosado: $A+(0,-1)+D2+(0,1)+a$

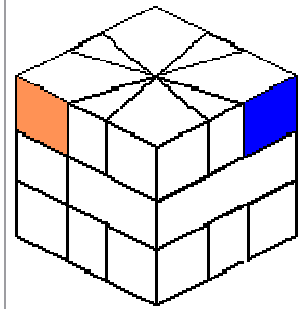


Comentario: sigue sin importarnos los dos vértices restantes superiores, pues lo que pretendemos es colocar en su lugar cada vértice

Colocar el vértice ATD en su lugar natural. Para ello, si está en la capa superior, bajarlo a la capa inferior con cualquier giro doble de capa lateral (teniendo cuidado de mantener la forma cúbica). Una vez esté en la capa inferior, colocarlo en [FBD], y mediante $D2$ se lleva a [ATD]:

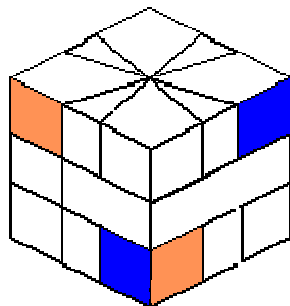


$D2$
 Desglosado: $(0,-1) + D2 + (0,1)$

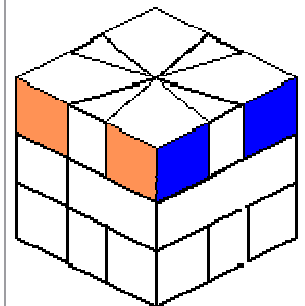
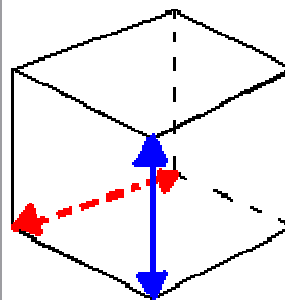


Comentario: es un procedimiento tan simple, pues no destruye nada de lo conseguido hasta ahora, que se puede comparar en facilidad con el primero (colocar AFI en su lugar)

Colocar el vértice AFD en su lugar natural. Para ello (ya está en la capa inferior pues si estuviera en la superior ya estaría bien colocado después de colocar los restantes) se coloca en [FBD], y ahora se aplica este razonamiento: He de *cambiar el paso* de los dos vértices, es decir, donde estaba FAD colocar FBD y viceversa. Con $B+D2+b$ ya lo he conseguido, pero el vértice TAD queda afectado, por lo que lo *oculto* con $T2$, y al final lo *desoculto* con otro $T2$



$T2 + B + D2 + b + T2$
 Además de intercambiar FAD con FBD, los vértices FBI y TBI quedan intercambiados:



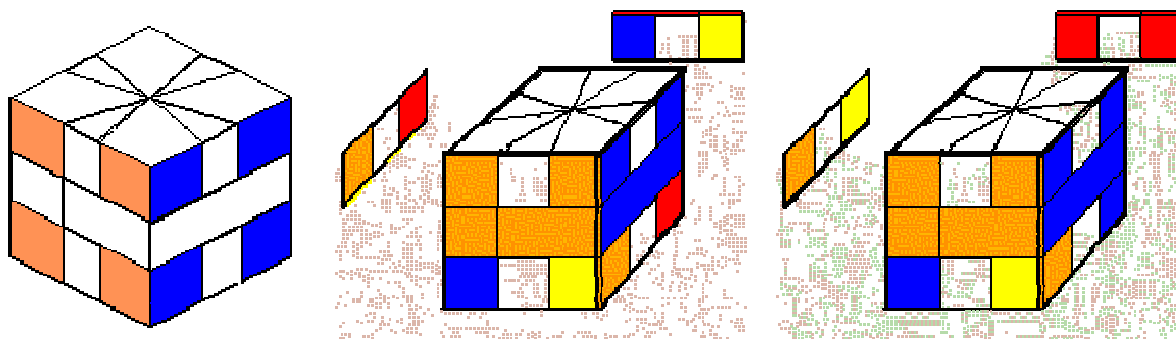
Comentario: Es el procedimiento más complicado de todos aunque nada difícil por su misma lógica, y por esa causa puede realizarse de muchas otras maneras. Si estás interesado en conocerlas, pues seguramente

encontrarás alguna que comprendas mejor que la expuesta aquí, con mucho gusto te las remitiré via [e-mail](#).

Como adelanto, ahí va otra manera de conseguirlo, utilizando un *conjugado* de *VERI*: $B2 + T2 + A + VERI + a + T2 + B2$ (después de $B2 + T2$ ya tenemos los dos vértices juntos en la capa superior, y con A los colocamos en posición de efectuar *VERI*. Al final hemos de reparar todo lo destrozado, con giros opuestos a los del comienzo. Además de intercambiar FAD con FBD, intercambia TBD con TBI, pero de momento ese segundo intercambio de vértices no nos afecta en absoluto). En realidad se trata de intercambiar FAD con FBD, por lo que utilizo un *conjugado* de *VERI*, intentando colocarlos en posición adecuada (se pueden colocar en [FAI] y en [FAD], o en [FBI] y en [FBD]), y yo utilizo la primera opción.

Etapa b: Colocar los *vértices de la capa inferior* en su lugar correcto. Para ello, giramos la *capa inferior* hasta que los 4 vértices coincidan al menos en 1 de los 2 colores de cada uno (no tenemos en cuenta el color verde porque necesariamente todos lo tienen en la cara inferior) con la posición donde están. Y ahora, puede darse una de estas tres posiciones:

Todos bien colocados Hay que intercambiar dos parejas Hay que intercambiar una pareja



<i>Lo que pretendemos</i>	<i>Lo que tenemos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Lo que obtendremos</i>
Ya sólo nos queda por intercambiar dos parejas de vértices de la capa inferior, por lo que, por comodidad, las colocamos en F y T (no importa que sólo giremos la capa B o que giremos todo el cubo). Y ahora solo queda ejecutar dos veces <i>VERI</i> , girando $B2$ entre una y otra.		$VERI + B2 + VERI$	
<i>Comentario:</i> Es una de tantas maneras de lograrlo, y creo que la más sencilla, actuando cada <i>VERI</i> sobre los vértices FAI y FAD, intercambiándolos, por lo que su efecto se contrarresta. Como sucedía con la colocación del último vértice de la capa superior, hay otras maneras de conseguirlo, y con mucho gusto te las remitiré via e-mail si de verdad estás interesado.			
Nos encontramos en el caso de que ya sólo nos queda un par de vértices a intercambiar. Por comodidad, los colocamos a la derecha, como en la figura, y efectuamos el procedimiento indicado, que coloca FBD en [TBI] al mismo tiempo que desplaza un lugar FBI y FBD, con lo que simplemente hemos intercambiado lo que nos interesa.		$VERI + B + VERI + b$	
<i>Comentario:</i> Mismo comentario que en el intercambio anterior.			

● **Etapa c:** Colocar las *aristas de la capa superior* en su lugar correcto.

<i>Lo que pretendemos</i>	<i>Lo que tenemos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Lo que obtendremos</i>
<p>Ahora se trata de ejecutar cualquiera de los procedimientos <i>ARI0</i>, <i>ARI1</i>, <i>ARI2</i>, <i>ARI3</i> o <i>ARI4</i>, con los que basta para cubrir cualquier configuración en que estén colocadas las aristas de la capa superior. Simplemente con <i>ARI0</i>, <i>ARI3</i> y <i>ARI4</i> nos bastaría, en teoría, aunque es mucho más cómodo emplear los 5 procedimientos indicados. De todas formas, voy a dar algunas configuraciones típicas:</p>			
<p>Queremos intercambiar las dos parejas de aristas, en cruz:</p>		<p><i>ARI1</i> + A + <i>ARI1</i> + a</p>	
<p><i>Comentario:</i> El efecto sobre las aristas de la capa inferior queda contrarrestado al efectuar <i>ARI1</i> dos veces</p>			
<p>Queremos intercambiar en triángulo tres aristas contiguas, en sentido anti-horario:</p>		<p><i>ARI3</i> + a + <i>ARI3</i> + A</p>	
<p><i>Comentario:</i> El efecto sobre las aristas de la capa inferior queda contrarrestado al efectuar <i>ARI3</i> dos veces</p>			
<p>Queremos intercambiar en triángulo tres aristas contiguas, en sentido horario:</p>		<p>a + <i>ARI3</i> + A + <i>ARI3</i></p>	
<p><i>Comentario:</i> En definitiva se trata de aplicar <i>ARI3</i> dos veces, teniendo cuidado de girar la capa superior para que <i>ARI3</i> actúe sobre las aristas afectadas</p>			
<p>Queremos intercambiar dos parejas de aristas contiguas:</p>		<p><i>ARI3</i> + A2 + <i>ARI3</i> + A2</p>	
<p><i>Comentario:</i> el mismo que en el intercambio anterior</p>			

<p>Queremos hacer rotar las cuatro aristas en sentido horario:</p>		<p>pasar a la etapa <i>e</i></p>	
--	--	----------------------------------	--

Comentario: Después de 2 intercambios llegaremos a que todavía nos queda otro, con lo que estamos en paridad impar (ver *etapa e*), lo mismo que sucederá en la configuración siguiente.

<p>Queremos hacer rotar las cuatro aristas en sentido anti-horario:</p>		<p>pasar a la etapa <i>e</i></p>	
---	--	----------------------------------	--

Comentario: Después de 2 intercambios llegaremos a que todavía nos queda otro, con lo que estamos en paridad impar (ver *etapa e*)

<p>Nos queda una sola arista blanca en la capa superior:</p>		$ARI4 + b +$ $ARI3 + ARI4 +$ B	
--	--	----------------------------------	--

Comentario: Es una configuración típica, que se da con relativa frecuencia, como sucede con otras similares en las que sólo queda una arista blanca en la capa superior. Siempre se podrán resolver con combinaciones entre los procedimientos *ARI2*, *ARI3* y *ARI4*. El método a seguir consiste en substituir la arista que queda arriba y otra adyacente a ella, por dos aristas de la capa inferior, que no pertenezcan a la capa superior, y después combinar los procedimientos anteriores de arista (*ARI2*, *ARI3* y *ARI4*) para terminar de resolverlo.

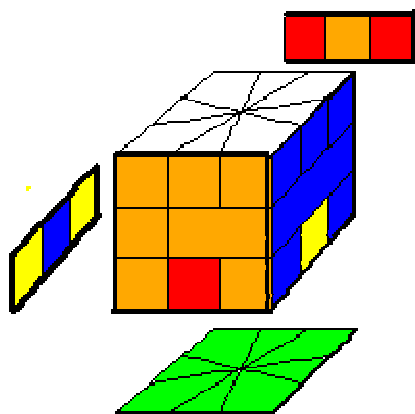


Etapa d: Colocar las *aristas de la capa inferior* en su lugar correcto.

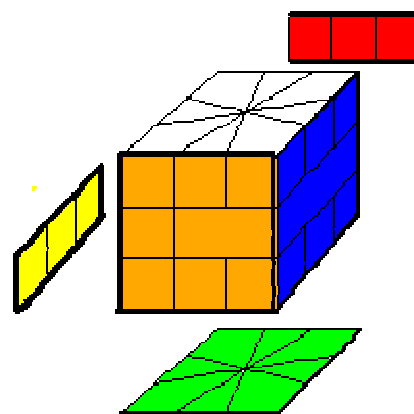
<i>Lo que pretendemos</i>	<i>Lo que tenemos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Lo que obtendremos</i>
<p>Ya sólo nos quedarán dos parejas de aristas a intercambiar en cruz o de forma contigua, o tres aristas a intercambiar de forma triangular (si queda sólo una pareja de aristas a intercambiar, salta a la etapa e). Se trata de aplicar cualquier procedimiento <i>ARI1</i>, <i>ARI2</i>, <i>ARI3</i> o <i>ARI4</i>, utilizando para ello una pareja auxiliar de aristas de la capa superior, que mantendremos fija durante todo el proceso, por lo que el</p>			

efecto sobre esa pareja auxiliar se contrarrestará al aplicarse el procedimiento dos veces. Voy a exponer las configuraciones típicas:

Queremos intercambiar las dos parejas de aristas, en cruz:

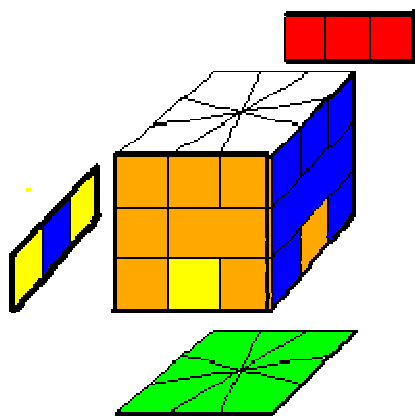


$$ARI1 + B + ARI1 + b$$

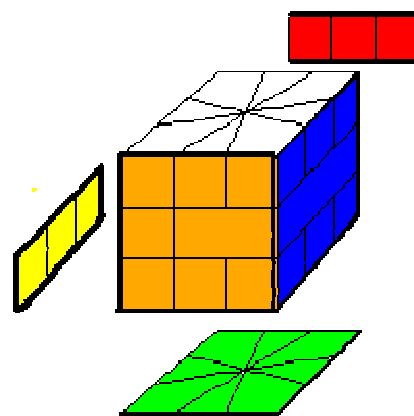


Comentario: En definitiva se trata de aplicar dos veces *ARI1*, teniendo cuidado de girar la capa inferior para que *ARI1* actúe sobre las aristas afectadas

Queremos intercambiar en triángulo tres aristas contiguas, en sentido anti-horario:

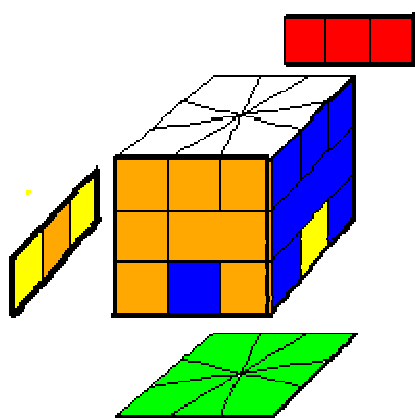


$$B + ARI3 + b + ARI3$$

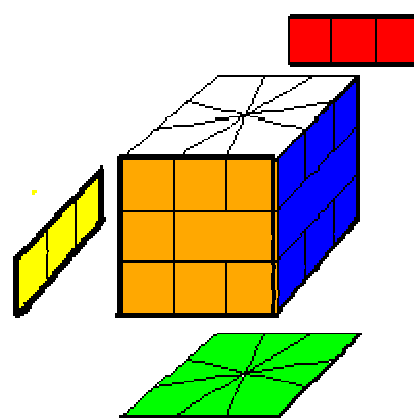


Comentario: El mismo comentario que en el intercambio anterior

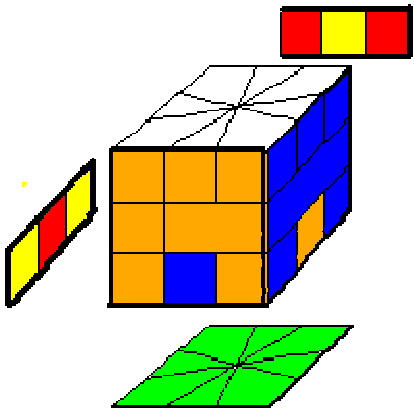
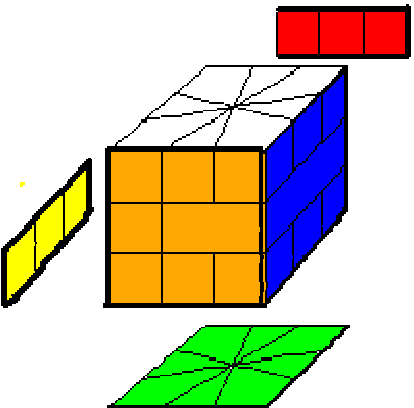
Queremos intercambiar en triángulo tres aristas contiguas, en sentido horario:



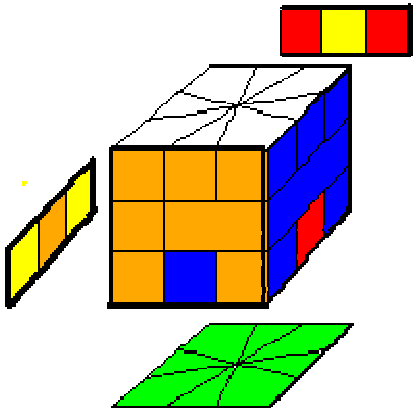
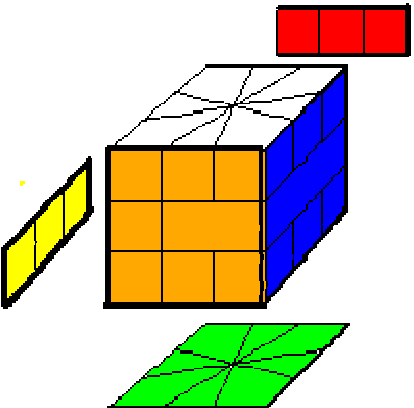
$$ARI3 + B + ARI3 + b$$



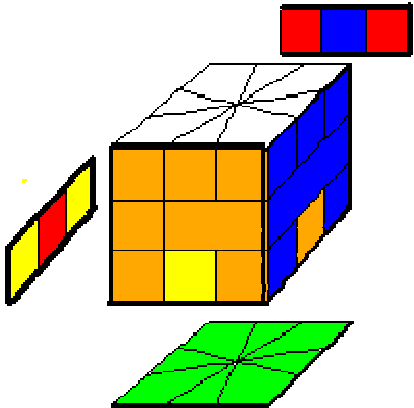
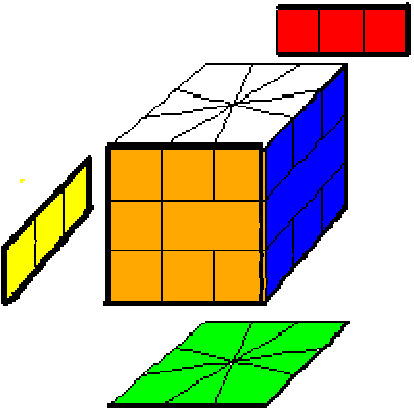
Comentario: El mismo comentario que en el intercambio anterior

<p>Queremos intercambiar dos parejas de aristas contiguas:</p>		<p>$ARI3 + B2 +$ $ARI3 + B2$</p>	
--	---	--	---

Comentario: El mismo comentario que en el intercambio anterior

<p>Queremos hacer rotar cuatro aristas en sentido horario:</p>		<p>pasar a la etapa <i>e</i></p>	
--	--	----------------------------------	--

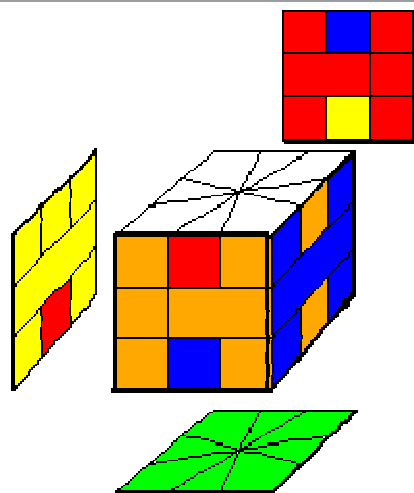
Comentario: Después de 2 intercambios llegaremos a que todavía nos queda otro, con lo que estamos en paridad impar (ver *etapa e*), lo mismo que sucederá en la configuración siguiente.

<p>Queremos hacer rotar cuatro aristas en sentido anti-horario:</p>		<p>pasar a la etapa <i>e</i></p>	
---	---	----------------------------------	---

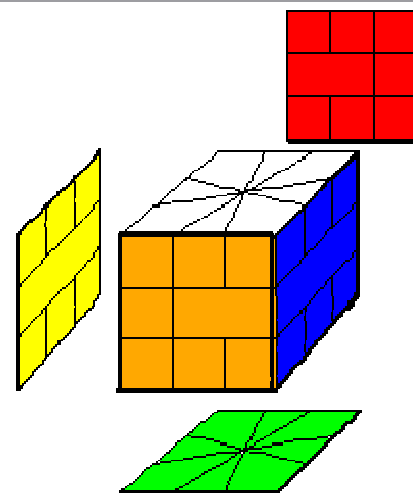
nota: Se podrían intentar resolver de una sola vez las configuraciones completas (teniendo en cuenta tanto la capa superior como la inferior) que surjan, complicándose más el proceso. Como ejemplo, veamos esta configuración curiosa que suele darse frecuentes veces:

<i>Lo que pretendemos</i>	<i>Lo que tenemos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Lo que obtendremos</i>
---------------------------	-----------------------	----------------------	---------------------------

Queremos intercambiar en triángulo horario 3 aristas de la capa superior, y dos parejas de aristas contiguas de la capa inferior:



$$ARI3 + A + B2 + ARI3 + a + B2$$

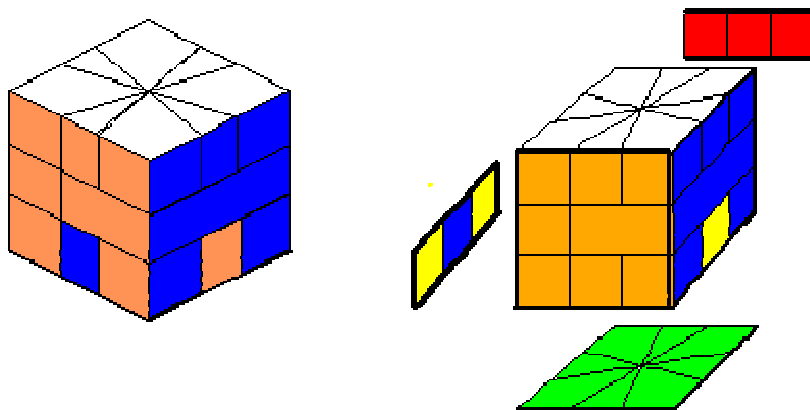


Comentario: Dejo a la voluntad e interés del visitante de mi página web el intentar encontrar muchas otras disposiciones que pueden resolverse conjuntamente, de forma similar a la expuesta.

Etapa e: Sólomente en caso de que nos haya quedado nada más una pareja de aristas por intercambiar, o estemos en una configuración de la que estemos seguros que va a necesitar una cantidad *impar* de intercambios. Se dice que hemos llegado a una configuración del Square 1 en la que la *paridad es impar*. Es decir, no podemos intercambiar ese par de aristas, pues cualquier procedimiento anterior intercambia dos parejas de piezas (dos parejas de aristas, o dos parejas de vértices, o una pareja de cada tipo). Por lo tanto, no queda más remedio que deshacer la forma cúbica del rompecabezas, y llegar a una forma en que se pueda intercambiar una cantidad impar de piezas, para que el rompecabezas esté otra vez en paridad par. La manera más rápida es llegar a la forma (*kimono / kimono*), e intercambiar tres vértices de cada cara mediante un giro de 180 grados, como *D2* por ejemplo. Regresando a la *forma cúbica* (si lo hacemos exactamente con los mismos giros aunque de forma opuesta sólomente habremos cambiado los vértices de lugar, sin trastocar las aristas), acabamos de resolver el Square 1 de la forma que ya conocemos, sin peligro de que se nos presente otra vez la paridad impar. Veamos el proceso:

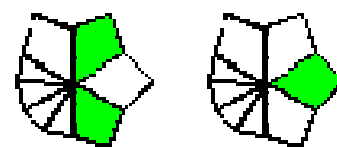
Lo que tenemos:

sólamete nos queda una pareja de aristas para intercambiar en la capa inferior, sean adyacentes u opuestas



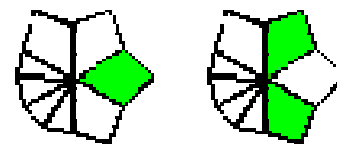
Primer paso:

Llegamos a la forma (*kimono / kimono*):



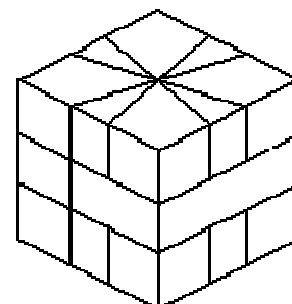
Segundo paso:

Intercambiamos 3 vértices de una cara con 3 vértices de la otra:



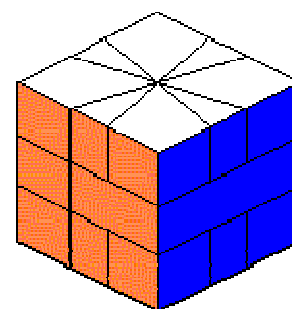
Tercer paso:

Devolvemos nuestro rompecabezas a la forma *cúbica* deseada, de la manera que ya sabemos:



Lo que obtendremos:

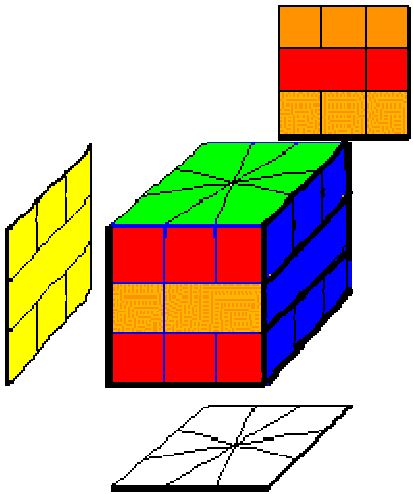
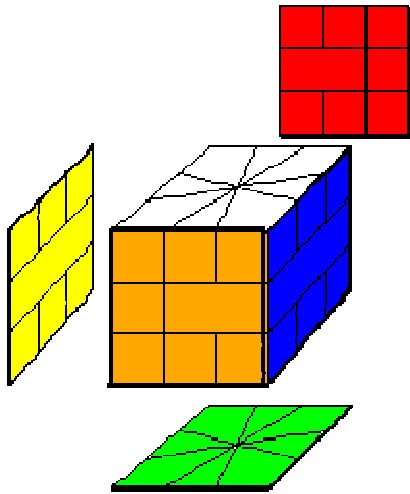
Volviendo a aplicar nuestro método a las piezas que sea necesario, llegaremos a:



Etapa f: Sólomente en caso de que todavía no esté resuelto el rompecabezas, y en este momento se pueden presentar dos casos, que podríamos considerar como simples "retoques":

<i>Lo que pretendemos</i>	<i>Lo que tenemos</i>	<i>Procedimiento</i>	<i>Lo que obtendremos</i>
Devolver su forma cuadrada a la capa intermedia:		$(D2+A2)$ repetido 3 veces <i>Desglosado:</i> $(0,-1)+D2+(0,1)$ $+A2$ repetido 3 veces	

Explicación: Con 3 giros de la capa intermedia, ésta quedará en forma cuadrada, y como cada $(D2+A2)$ se realiza un intercambio triangular entre la parte derecha de B, la parte izquierda de A y la parte derecha de A, con 3 veces queda anulado el efecto de este intercambio triangular.

<p>Intercambiar la capa superior y la inferior:</p>		<p>D2+M2+D2</p> <p>Desglosado:</p> <p>aquí el desglose coincide con el procedimiento, pues no hay que preparar D2 con (0,-1) ni por lo tanto acabar con (0,1)</p>	
<p><i>Explicación:</i> Con D2 el rompecabezas ha perdido su forma cúbica, pero la recuperará con el siguiente D2, quedando la capa intermedia totalmente al revés. Y girando ahora todo el cubo, parece que hemos conseguido intercambiar las caras superior e inferior.</p>			

• **Etapa g:** Exclamar ¡eureka! y descansar durante varias horas. Con la cabeza ya más despejada, enviarme un e-mail a mi dirección ehcM@amena.com con tus impresiones sobre lo que acabas de conseguir, y tratar de resolver el 5x5x5, verdadero Rey de los Rompecabezas mecánicos.

comienzo de  la página

CONCLUSIONES INTERESANTES

En resumen, hemos conseguido resolver uno de los más difíciles rompecabezas mecánicos que existen, comparado por muchos en dificultad con el clásico cubo de Rubik 3x3x3, aunque en mi opinión no llega a ser tan completo como el inmortal puzzle de Erno Rubik, al no tener que orientar las piezas una vez colocadas en su posición. De todas formas, intentar resolverlo es un magnífico ejercicio mental (e incluso físico -se llega a sudar-), y, una vez se sabe resolver, cada vez que lo conseguimos hemos empleado la mejor terapia para eliminar el stress (espero recibir mensajes con opiniones al respecto, seguramente en contra).

Los nombres asignados a cada forma diferente son producto de mi imaginación o de otras personas interesadas en el mismo rompecabezas -hay nombres que he tomado porque no encuentro otros, pero que no me parecen demasiado descriptivos, como *garra* derecha e izquierda, *puño* derecho e izquierdo, etc ...- pero estoy seguro que habrá nombres más sugestivos y al mismo tiempo más descriptivos de esas formas. Ya conoces mi dirección de [correo](#) electrónico, para que entre todos podamos darle mayor importancia a este magnífico rompecabezas mecánico.

Naturalmente, todavía queda mucho más por contemplar del Square 1, que por falta de tiempo no he incluido en esta página, pero esto último lo dejo para quien desee profundizar en este rompecabezas, y con mucho gusto le remitiré aspectos curiosos del Square 1 (por ejemplo, cómo se calcula realmente que hay 90 formas diferentes sin tener en cuenta la capa intermedia, otras maneras de modificar la paridad, en qué momento del proceso de solución nos podemos dar cuenta que vamos a llegar a una configuración con paridad par o impar, ...), y soluciones diferentes a las expuestas aquí, como:

• Otras formas de intercambiar los 2 últimos vértices una vez colocados en su lugar los 6 restantes, con *conjugados* de procedimientos para colocar el último vértice de la capa superior.

• Otra forma de exponer la Solución 1 de la Fase I, es decir, una disposición diferente de las distintas formas que puede adoptar el Square 1. Están ordenadas por distancias a la forma cúbica, empezando con la forma (*chaleco / pañuelo*) que tiene distancia 7, y terminando con la forma (*pañuelo / pañuelo*), que evidentemente tiene distancia 0 (cero).

• Procedimientos interesantes para intercambiar aristas entre las caras superior e inferior (por ejemplo, he desarrollado un procedimiento bastante complejo pero lleno de lógica, que permite intercambiar una arista de la capa superior con otra de la inferior, al mismo tiempo que intercambia 2 aristas contiguas de la cara inferior, lo que nos permitiría colocar todas las aristas de la capa superior con ese único procedimiento repetido varias veces).

• Solucionar primero las aristas y después los vértices, en lugar de hacerlo como aquí: primero los vértices y después las aristas

• En lugar de dar nombres descriptivos a cada *cara* (superior o inferior, pues sus piezas en total suman 360 grados), se puede considerar que cada cara está formada por dos *media-cara* (cada una formada por piezas que suman en total 180 grados), dando un nombre descriptivo a cada una de estas *media-cara*. Por ejemplo, podríamos trabajar con *coronas* (3 vértices unidos), *medio-sol* (6 aristas unidas), *larvas* (4 aristas y un vértice), *medio-chaleco lateral* (vértice / arista / vértice / arista), *medio-chaleco inferior* (arista / arista / vértice / vértice), *medio-chaleco superior* (vértice / arista / arista / vértice) ..., y ahora se podría considerar que 2 *coronas* forman una *estrella*, 2 *larvas* pueden formar un *cometa* o un *ojo*, 1 *corona* y 1 *medio-sol* forman una *flor de lys*, que un *puño* (tanto *izquierdo* como *derecho*) está formado por *medio chaleco lateral* y *medio chaleco superior* o *inferior* que cae por la pendiente hacia izquierda o derecha según el tipo de puño, ..., y a partir de todo lo anterior seguramente podríamos encontrar otra solución al problema de llegar a forma cúbica (fase I / solución 2) a partir de cualquier forma irregular, que todavía está por investigar.

• Y muchos otros aspectos curiosos e interesantes de este espectacular rompecabezas mecánico, sólomente comparable en dificultad y belleza con el [5x5x5](#), del que te ofrezco una página web con toda la información necesaria para resolverlo. Ya sabes, a intentarlo, y al final me das tu [opinión](#).

comienzo de  la página

envíame un  mensaje

regresar a mi  página principal