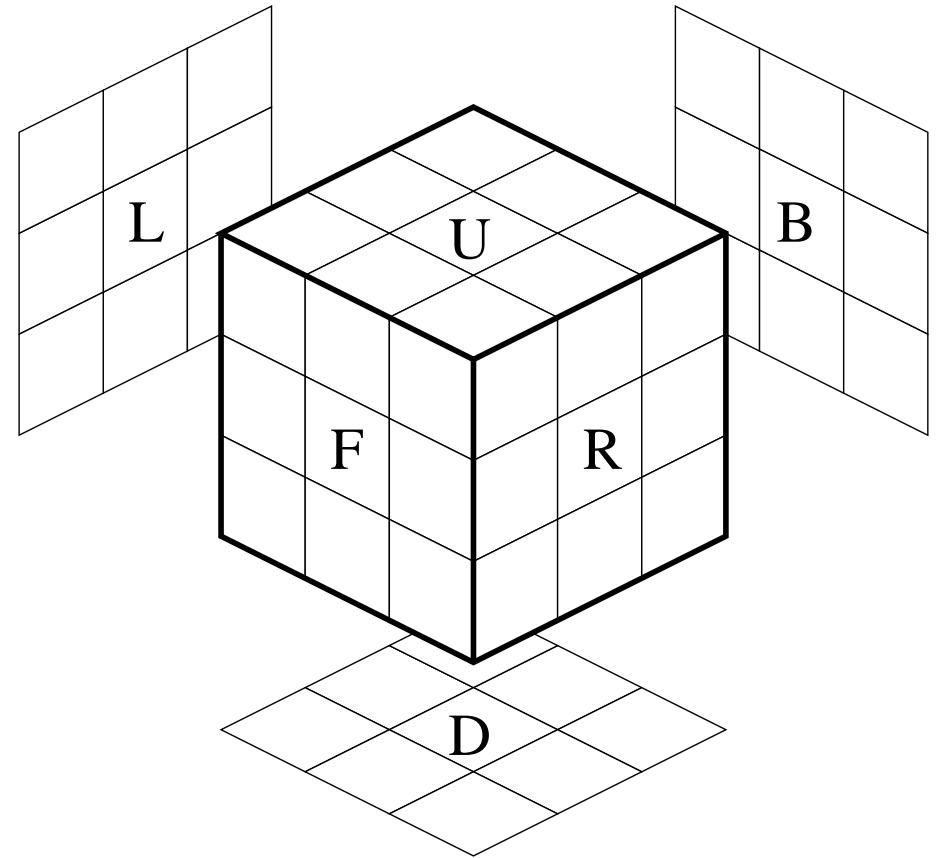
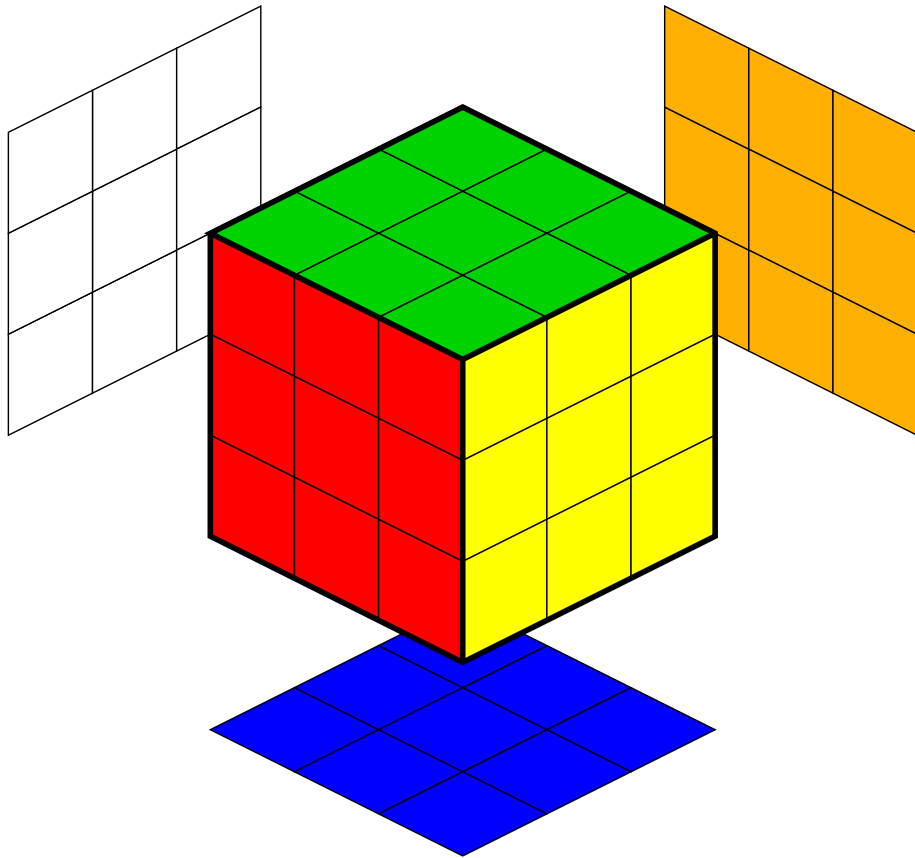
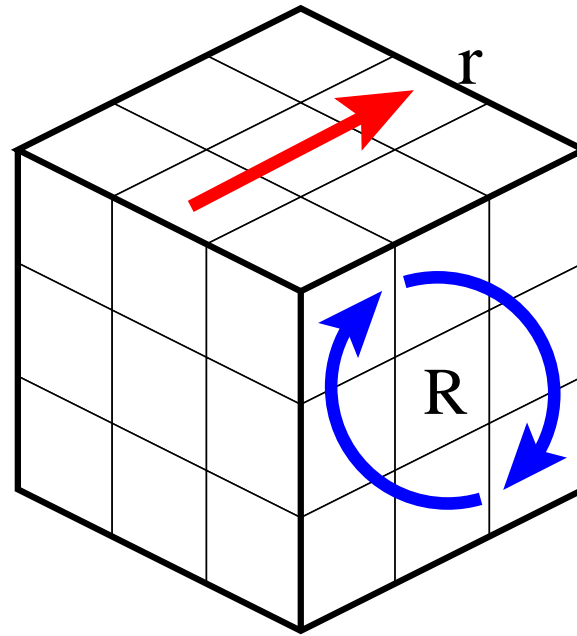
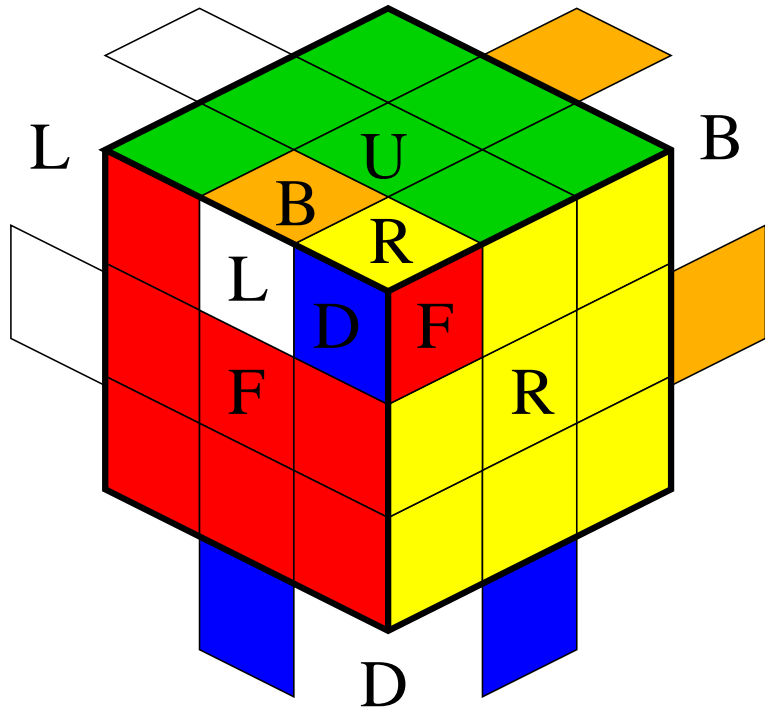


# Notació pel cub de Rubik – I



Els centres de les cares no es mouen, i defineixen les sis cares del cub: davant/darrera (**F**ront/**B**ack), dreta/esquerra (**L**eft/**R**ight) i adalt/abaix (**U**p/**D**own).

# Notació pel cub de Rubik – II



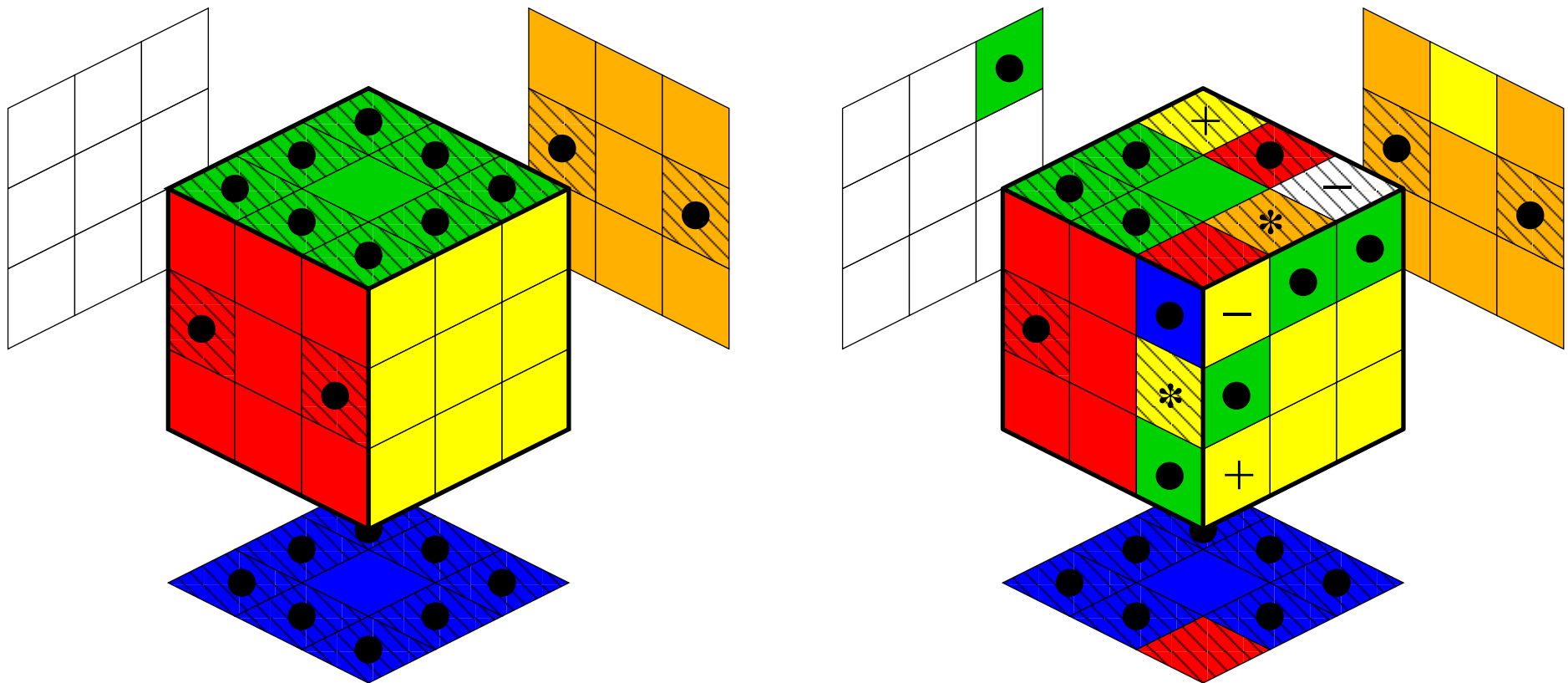
$$\begin{aligned}R^4 &= I \\R^{-1} &= R^3 = R' \\r^4 &= I \\r^{-1} &= r^3 = r' \\r &= l'\end{aligned}$$

El cub FDR (vèrtex) està en posició UFR.

El cub BL (aresta) està en posició UF.

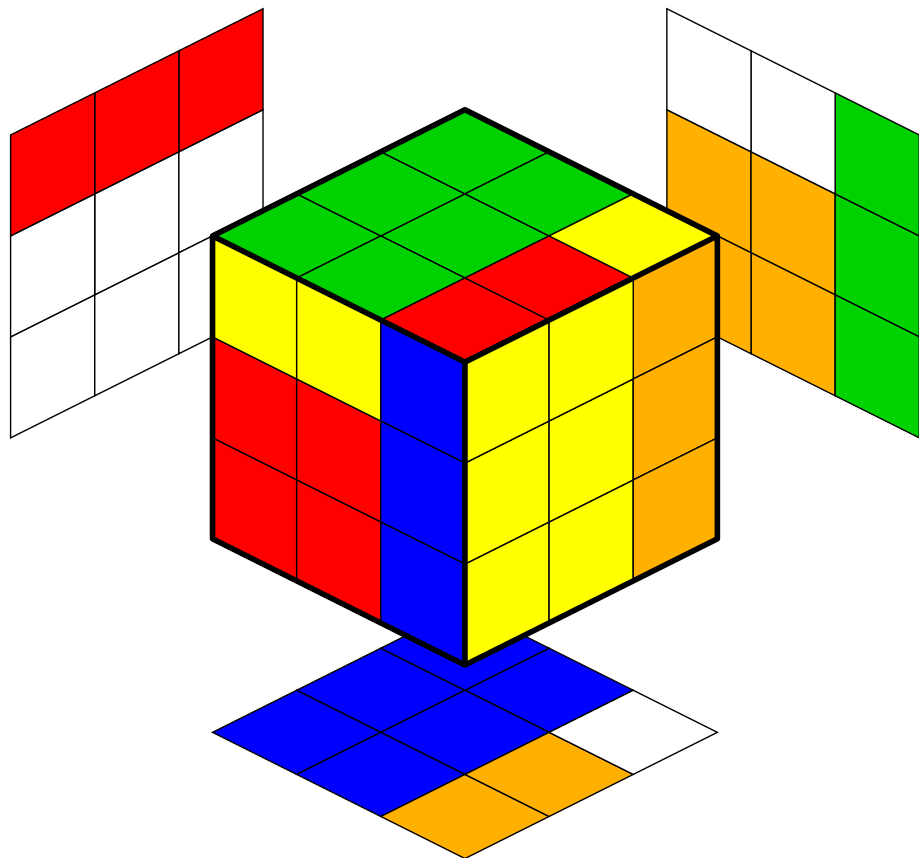
Les rotacions es fan en l'ordre en que es llegeixen, d'esquerra a dreta:  $URFR^2$  vol dir primer  $U$ , després  $R$ , després  $F$  i finalment  $R^2$ .

# Notació pel cub de Rubik – III



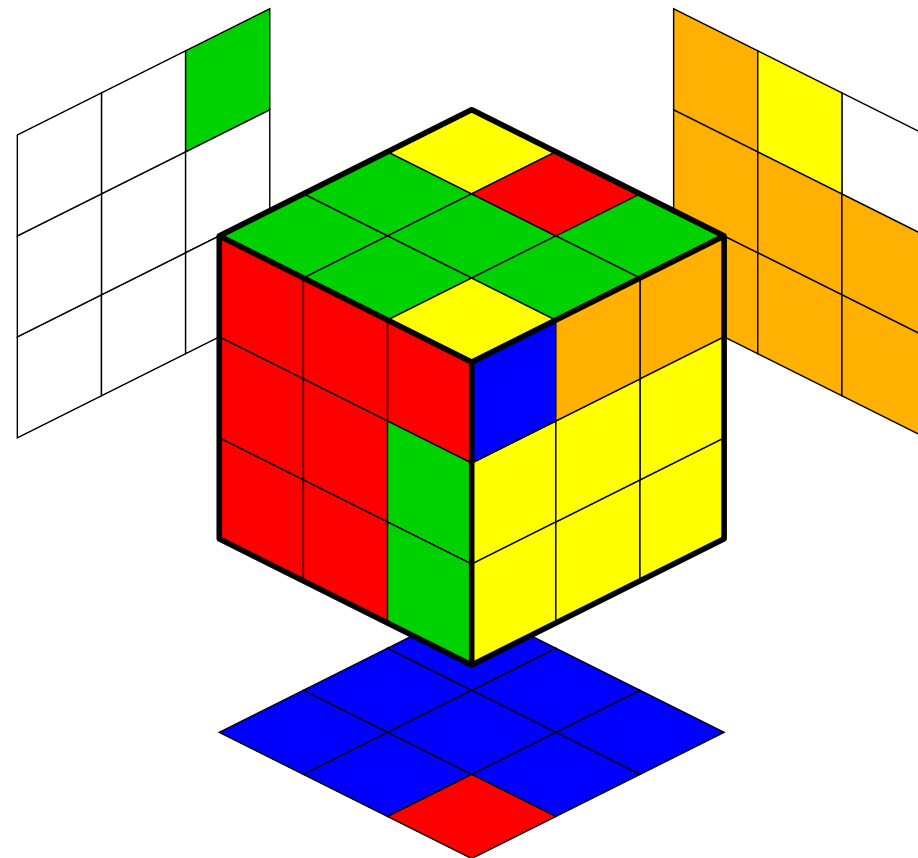
Els cubs dels vèrtex i les arestes poden girar i adoptar diferents posicions: tres pels vèrtex (que difereixen en rotacions de  $120^\circ$ ) i dos per les arestes (que difereixen en una rotació de  $180^\circ$ ). Per mesurar la rotació d'un cub, marcarem una cara de referència a cada cub ( $\bullet$ ), i una cara de referència a cada posició (ratllada). Si un vèrtex ha girat  $\pm 120^\circ$  en sentit horari respecte la posició de referència, ho indicarem amb un  $\pm$ . Si una aresta ha girat, posarem un  $*$ .

# Commutadors: UR



$UR$

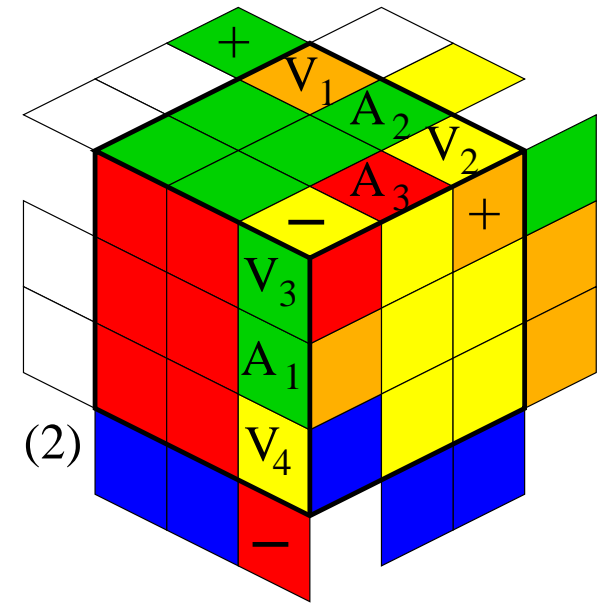
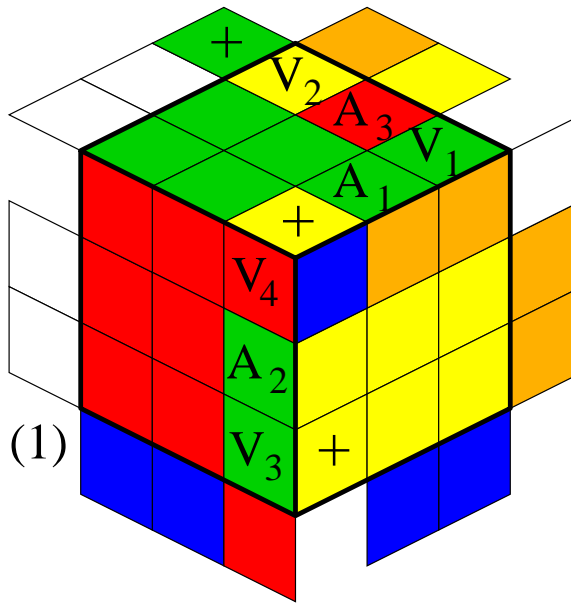
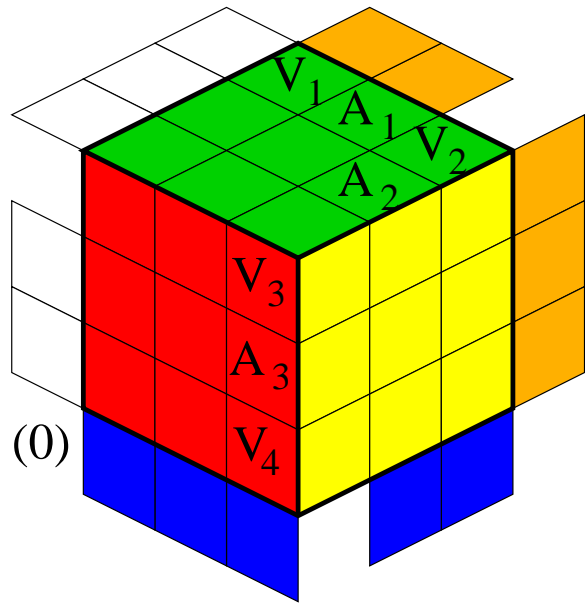
13 cubs moguts.



$[U, R] = URU'R'$

7 cubs moguts.

# Commutadors: UR – Permutacions, girs, potències

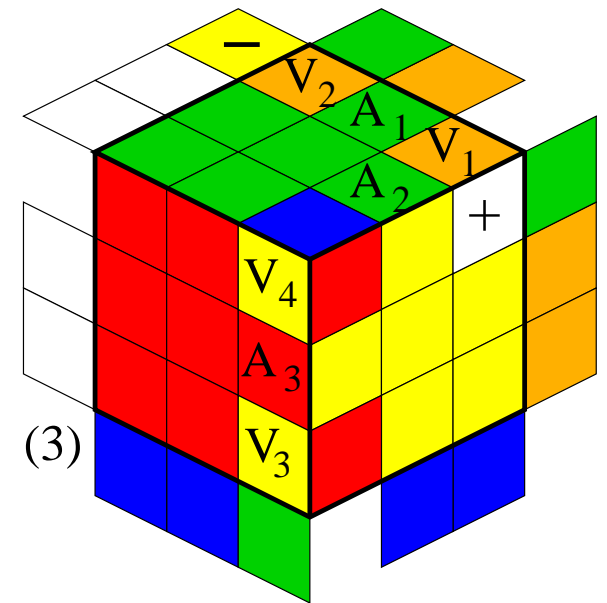


$$(1) \quad [U, R] = (V_1, V_2^+)(V_3^+, V_4^+)(A_1, A_2, A_3)$$

$$(2) \quad [U, R]^2 = (V_1^+)(V_2^+)(V_3^-)(V_4^-)(A_1, A_3, A_2)$$

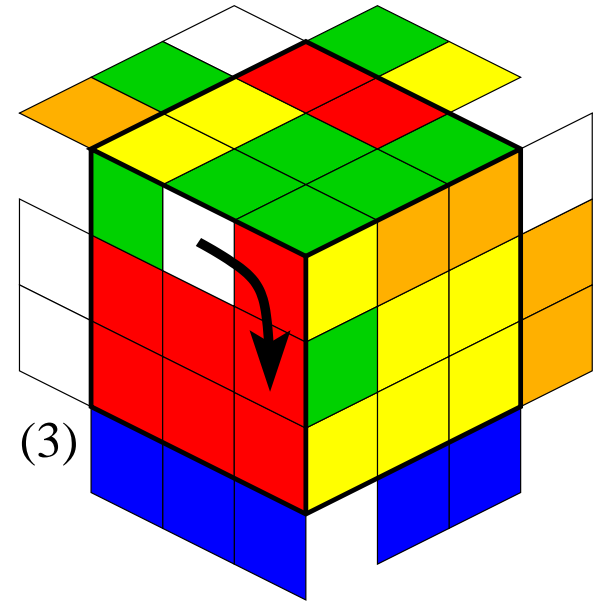
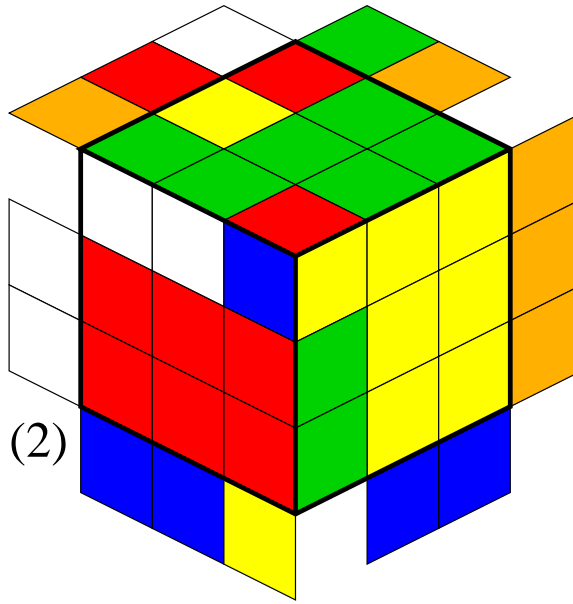
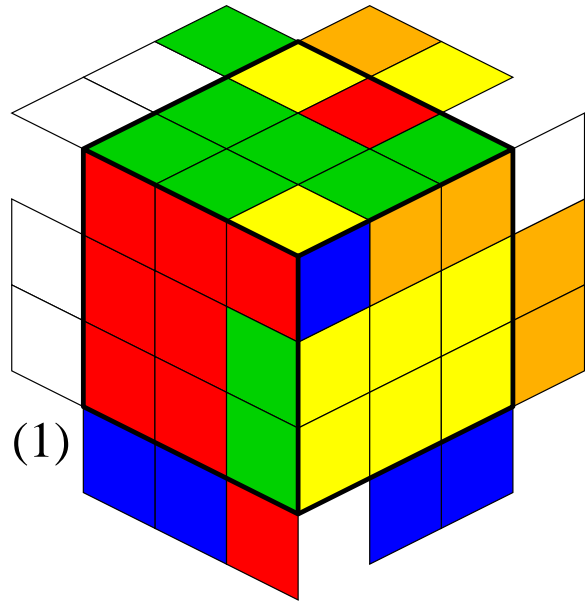
$$(3) \quad [U, R]^3 = (V_1^+, V_2^-)(V_3, V_4)$$

$$(0) \quad [U, R]^6 = I$$



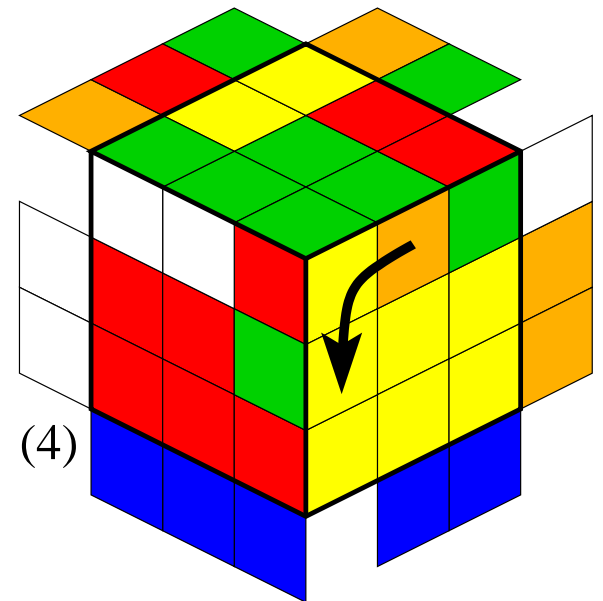
Aquets moviments seran de gran utilitat per resoldre el cub.

# Resolució cub. I: capa central

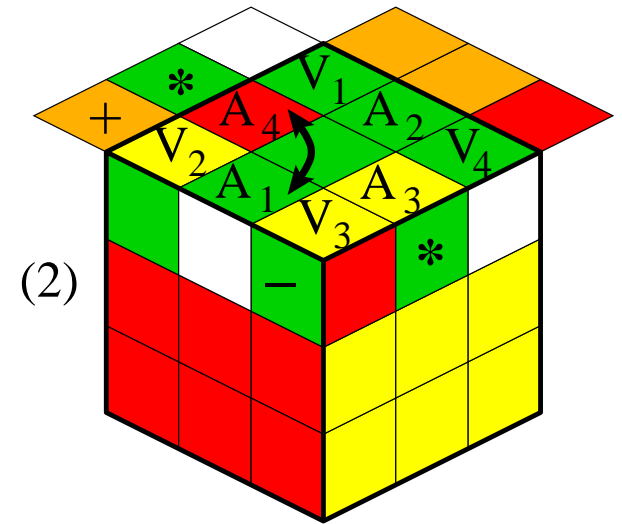
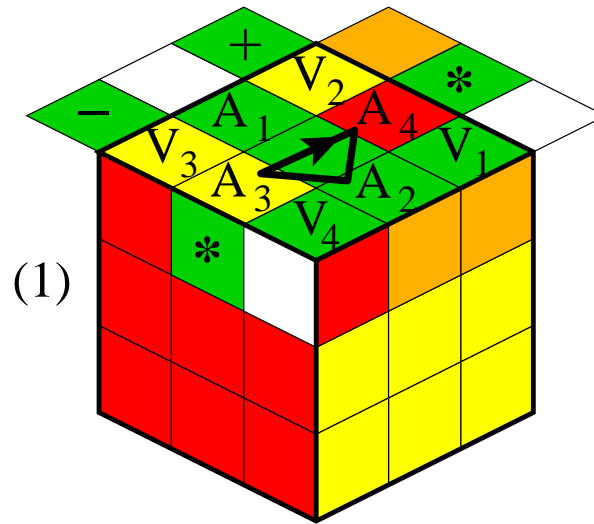
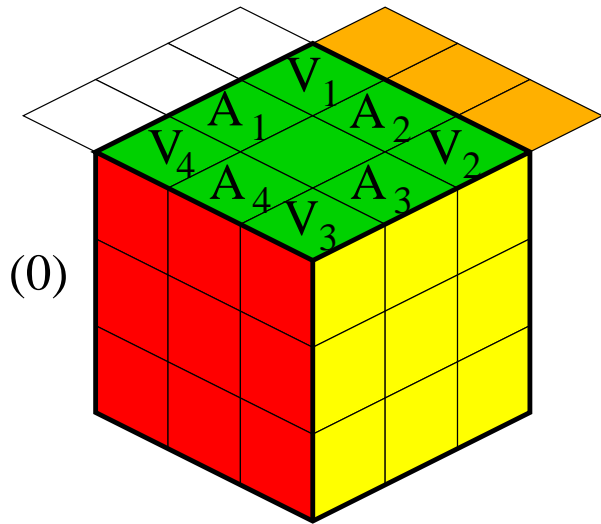


- (1)  $[U, R]$
- (2)  $[U', F']$
- (3)  $[U, R][U', F']$
- (4)  $[U', F'][U, R]$

(2) i (4) son els reflexats en un pla vertical de (1) i (3):  
 $F' \leftrightarrow R, F \leftrightarrow R'$  i  
 $U \leftrightarrow U'$



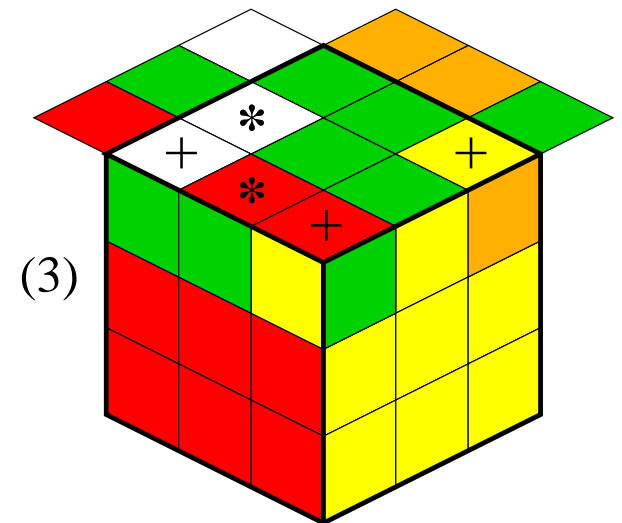
# Resolució cub. II: arestes superiors



$$(1) \quad F[U, R]F' = (V_1, V_2^+)(V_3^-, V_4)(A_2, A_3^*, A_4^*)$$

$$(2) \quad F[U, R]F'U' = (V_2^+, V_4)(V_3^-)(A_1, A_4^*)(A_3^*)$$

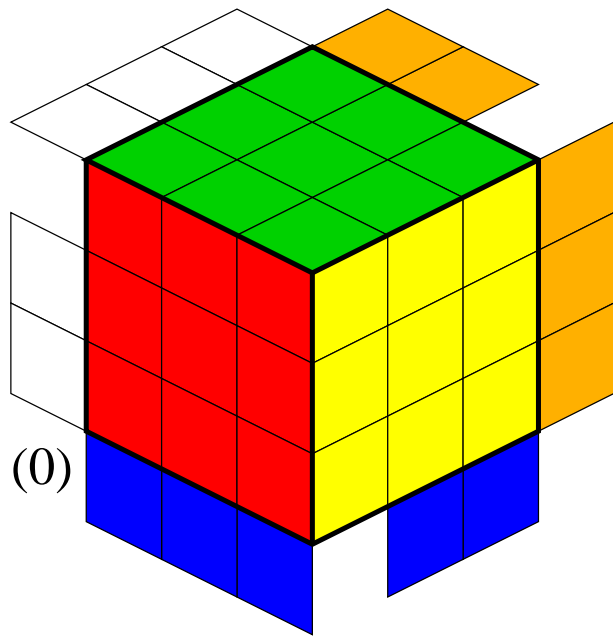
$$(3) \quad (F[U, R]F'U')^2 = (V_2^+)(V_3^+)(V_4^+)(A_1^*)(A_4^*)$$



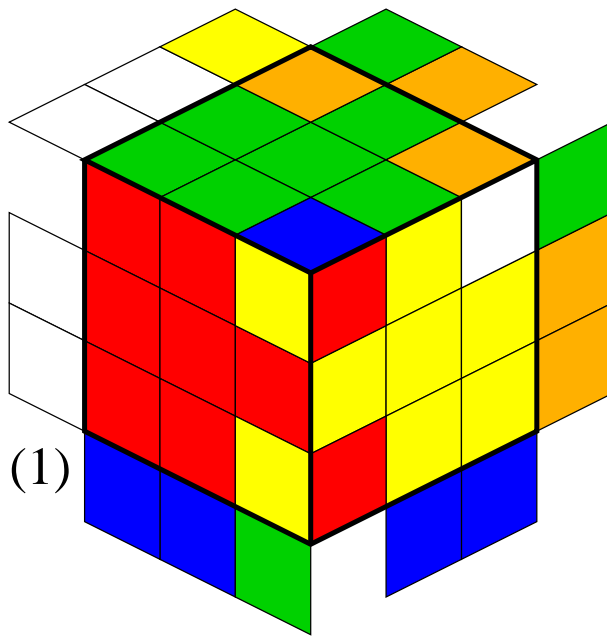
$FAF'$  és el conjugat de  $A$  per  $F$ .

Aquets moviments resolen el problema de posar al seu lloc correctament orientades les arestes de U, si no ens preocupem dels vèrtex. Els altres pisos, D i d, no s'alteren.

## Resolució cub. III: permutar vèrtex superiors

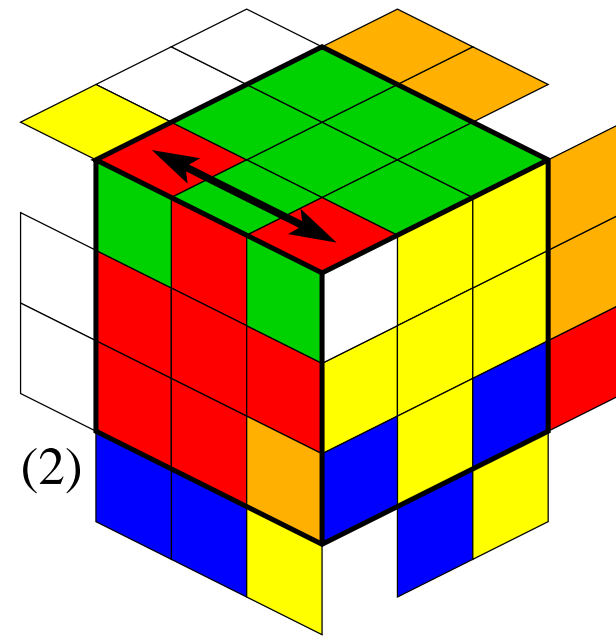


(0)



(1)

$$[U, R]^3$$



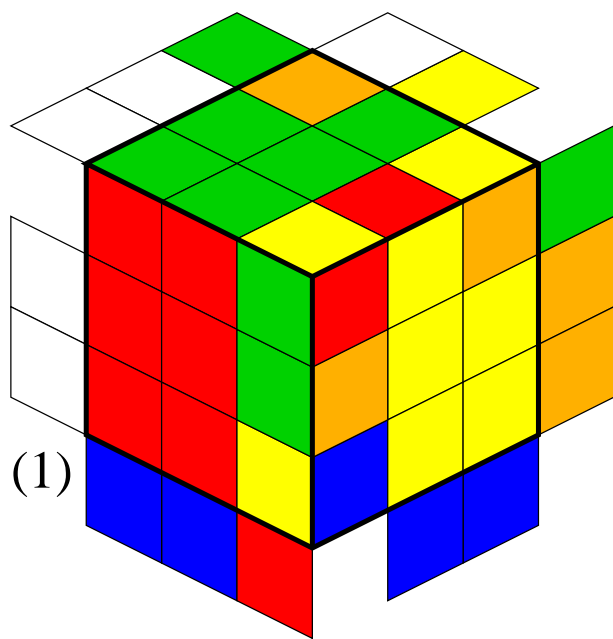
(2)

$$[F, R]^3$$

(1) l'hem obtés estudiant les potències del commutador  $[U, R]$ . Girant el cub (U passa a F) obtenim (2), que permuta dos vèrtex de U. Intercalant rotacions  $U$  podem aconseguir qualsevol permutació parell de vèrtex superiors sense modificar d i D, ja que  $([F, R]^3)^2 = I$ .

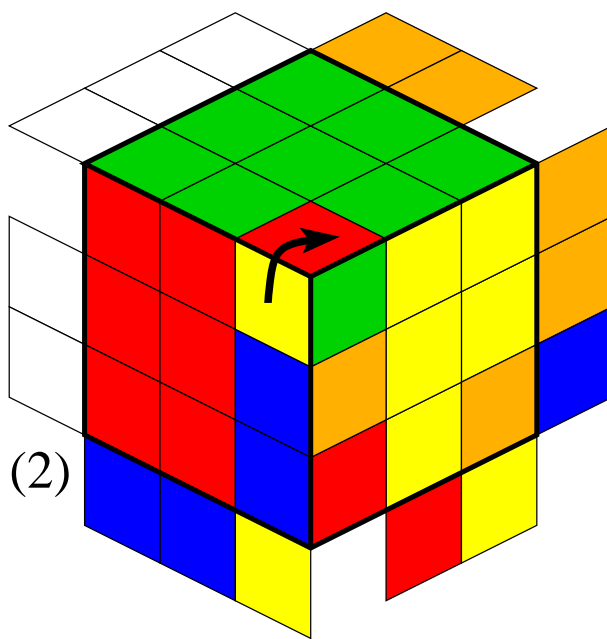


# Resolució cub. IV: girar vèrtex superiors



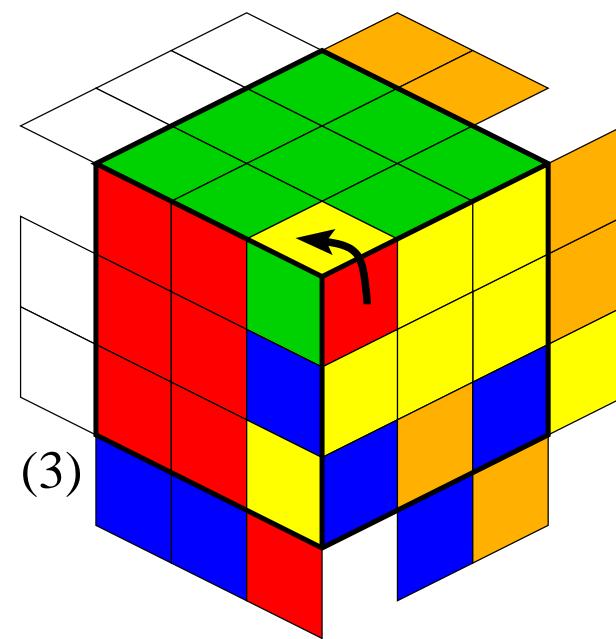
(1)

$$[U, R]^2$$



(2)

$$[D', R']^2$$



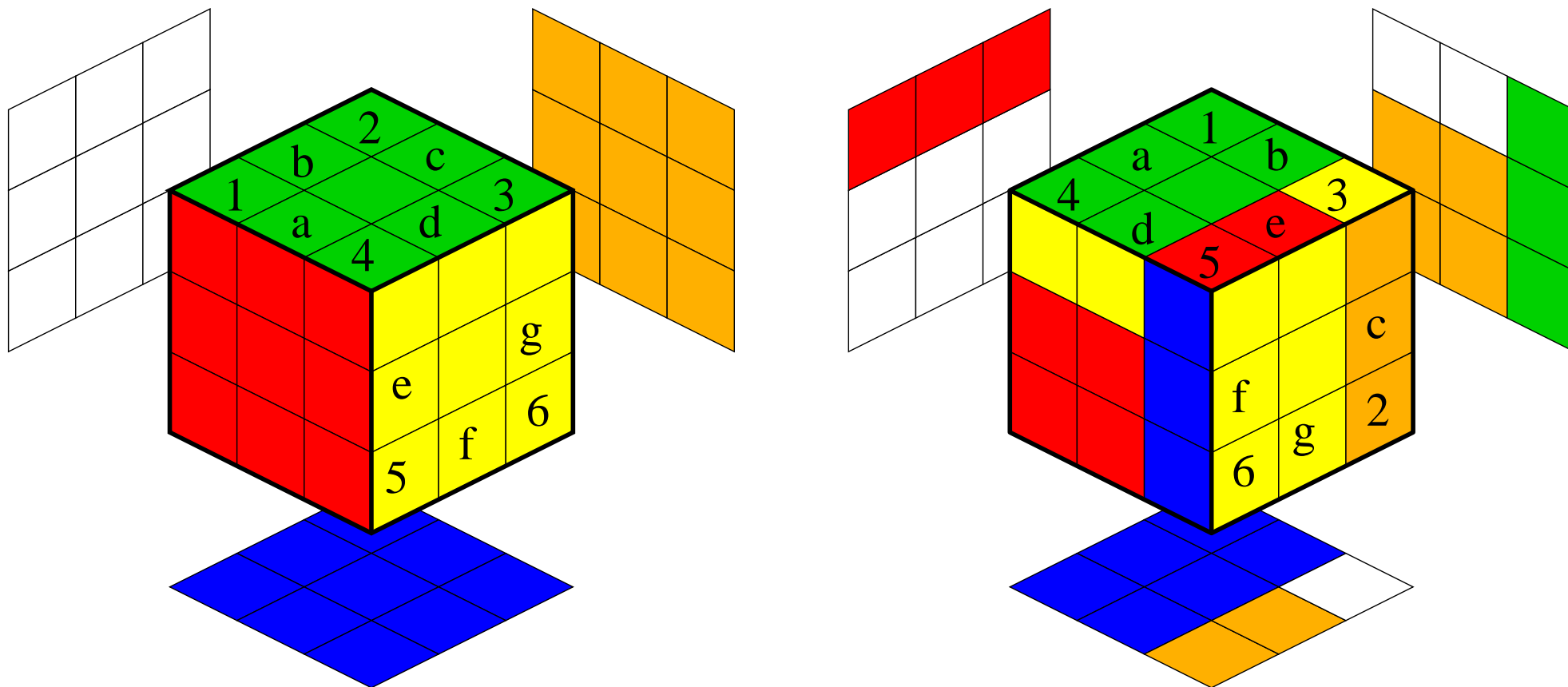
(3)

$$[R', D']^2$$

(1) l'hem obtés estudiant les potències del commutador  $[U, R]$ . Aplicant la reflexió d  $(U \leftrightarrow D', R \leftrightarrow R')$  obtenim (2), que gira un sol vèrtex de U. L'invers de (2) és (3). Aplicant (2) i/o (3) i intercalant rotacions  $U$  podem girar tants vèrtex com volguem de U. Donat que  $A^3 = I$  ( $A = [D', R']^2$ ), podem aplicar  $A^p A'^q$  (intercalant potències de  $U$ ) sempre que  $p - q = \dot{3}$ .

La simetria respecte del pla vertical permet substituir  $[D', R']^2$  per  $[F, D]^2$  i  $[R', D']^2$  per  $[D, F]^2$  amb el mateix efecte a U.

# Ordre de UR



$$UR = (1, 2^-, 6^+, 5^-, 4)(3^+)(a, b, c, g, f, e, d)$$

i l'ordre és:  $mcm(5, 1, 7) \times 3 = 105$ , ja que  $(3^+)^{35} = (3^-)$ . A tall de curiositat,

$$(UR)^{35} = (1^-)(2^-)(3^-)(4^-)(5^-)(6^-)$$

és a dir, girem sis vèrtex en sentit antihorari de cop.

# Numerologia

---

Nombre de maneres de colorejar el cub amb sis colors diferents: 30

Nombre d'orientacions que admet un cub de Rubik: 24

Nombre de maneres de montar el cub:

$$8! 3^8 12! 2^{12} = 519_3 024039_2 293878_1 272000 \approx 5.2 \times 10^{20}$$

Nombre de configuracions que es poden obtenir:

$$8! 3^8 12! 2^{12} / 12 = 43_3 252003_2 274489_1 856000 \approx 4.3 \times 10^{19}$$

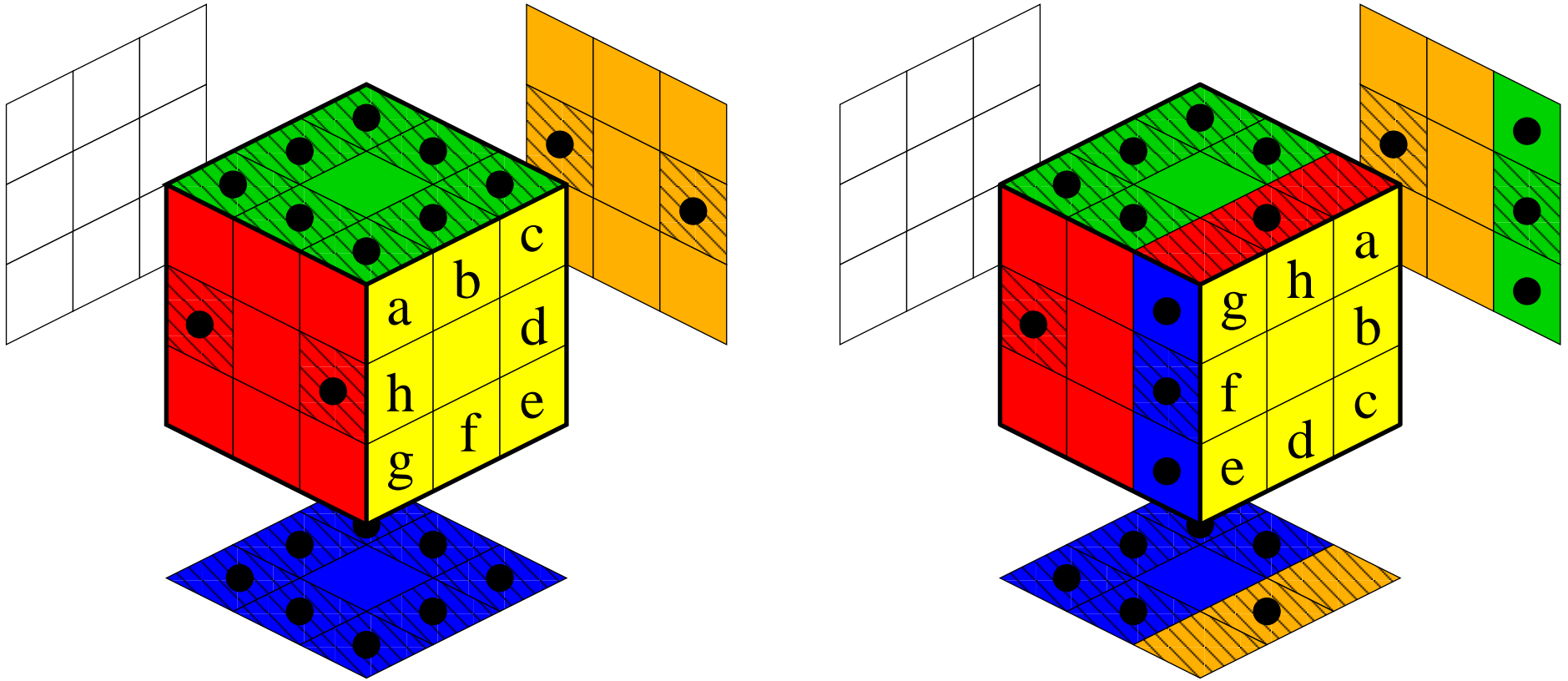
Supercub; nombre de maneres de montar el cub:

$$8! 3^8 12! 2^{12} 4^6 = 2_4 125922_3 464947_2 725402_1 112000 \approx 2.1 \times 10^{24}$$

Supercub; nombre de configuracions que es poden obtenir:

$$8! 3^8 12! 2^{12} 4^6 / 24 = 88580_3 102706_2 155225_1 088000 \approx 8.8 \times 10^{22}$$

# Restriccions



$$R = (a^-, c^-, e^+, g^+)(b, d, f, h)$$

- Permutació parell  $((-1)(-1) = +1)$ .
- Nombre de + múltiple de tres (0).
- Nombre de \* parell (0).