

Tipus de jocs

Considerem dos jugadors L (Left, el blau) i R (Right, el vermell). Donada una certa configuració del joc, i depenent de qui comenci a jugar, poden passar quatre coses:

		Comença L	
		Guanya L	Guanya R
Comença R	Guanya L	Guanya L Positiu (+)	Guanya 2 ^{on} Zero (0)
	Guanya R	Guanya 1 ^{er} Fuzzy (*)	Guanya R Negatiu (-)

Suposem que els jocs son bipersonals, amb informació complerta (no hi ha cartes amagades), sense atzar (no es llencen daus), sense taules (no hi ha empat), i el joc és finit (s'acaba en un nombre finit de jugades). Quan parlem de *Guanya L* (o R, o el 1^{er}, o el 2^{on}) el que volem dir és que si L fa les millors jugades, guanyarà. Aquestes millors jugades formen l'*estrategia guanyadora*.

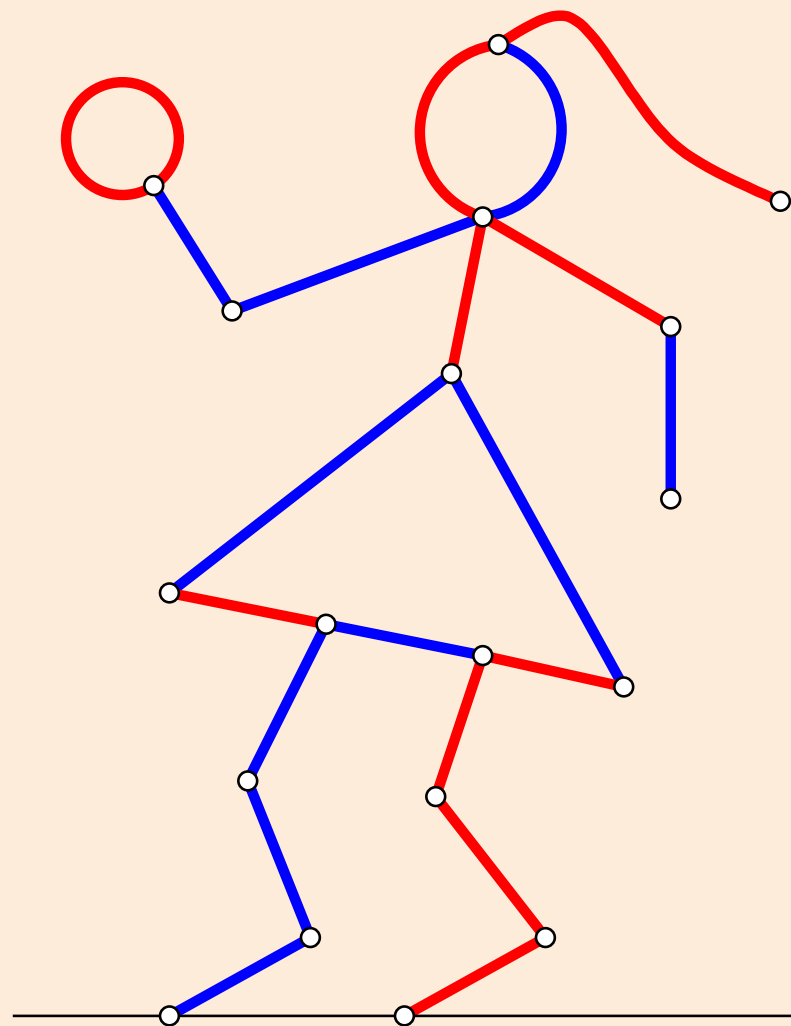
Caldrà justificar els qualificatius que hem posat en vermell...

Exemple 1: el joc de la poda

Donada una figura formada per segments de dos colors (blau i vermell), els jugadors L i R eliminen alternativament un segment, i amb ell tot el que queda desconectat del terra. L elimina segments blaus, i R segments vermells. El primer que es queda sense segments del seu color i per tant no pot fer jugada vàlida perd.

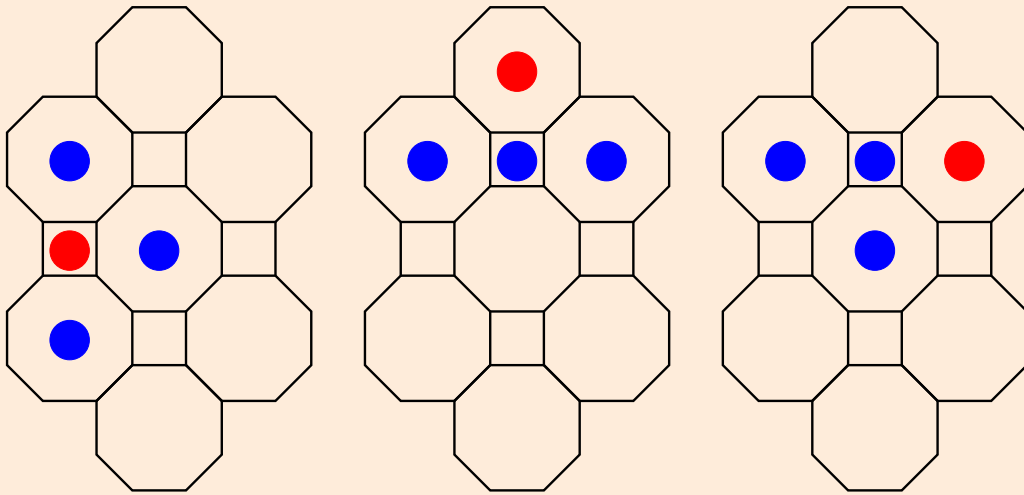
A la figura, si R borra el coll de la tenista, també cal eliminar el cap i braços.

A la figura es pot veure que, independentment de qui comenci, guanya sempre el vermell, si juga bé; per tant és una configuració **negativa**.

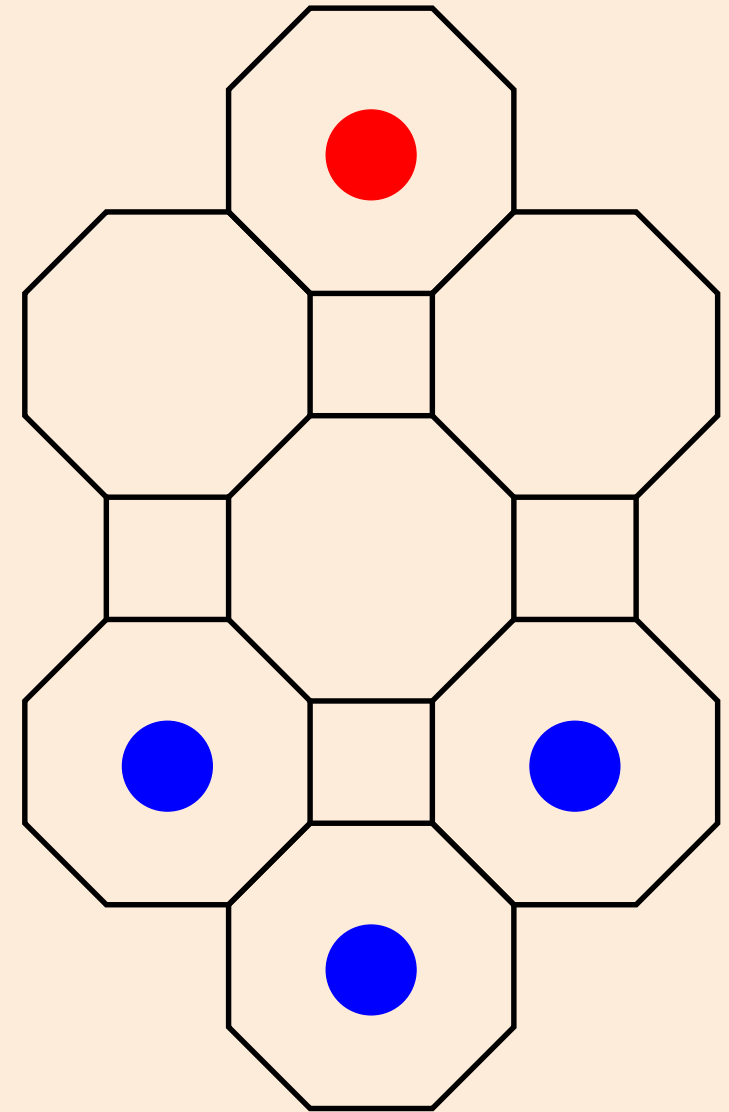


Exemple 2: la guerra del francès

Es un joc d'acorralament. Els caçadors (blaus) poden moure a una casella contigua buida (amb un costat comú), sense retrocedir (poden moure horitzontalment, vertical i obliqua). La presa (vermell) pot moure a una casella contigua buida en totes direccions. Blau guanya si immobilitza vermell. En cas contrari, guanya vermell.



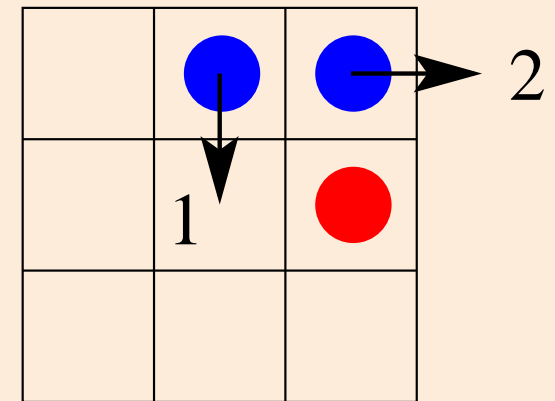
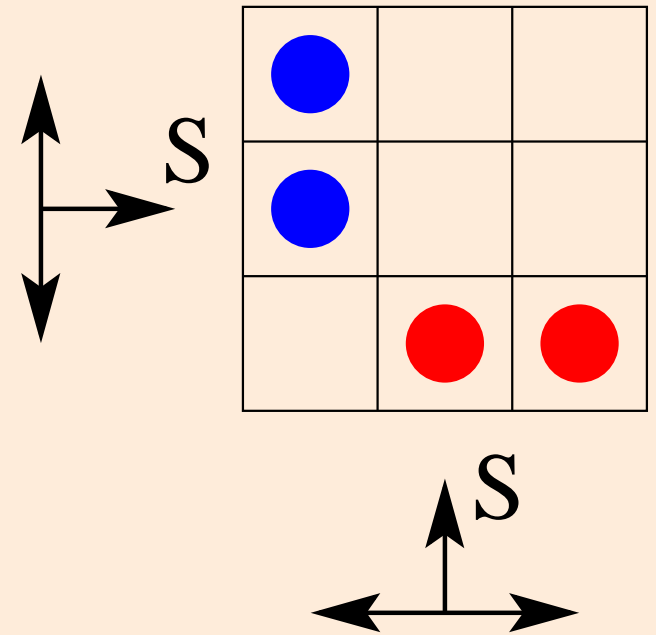
A les dues primeres posicions el vermell està acorralat, i a la tercera, el vermell escapa inevitablement.



Exemple 3: el joc d'esquivar

El blau pot moure verticalment i cap a la dreta, a una casella contigua buida; el vermell pot moure horitzontalment i cap amunt, a una casella contigua buida. El blau surt del taulell per la dreta i el vermell per dalt. Guanya el primer que treu les seves peces del taulell. El joc es pot jugar en taulells quadrats de qualsevol tamany, per exemple el taulell d'escacs.

No és permés deixar l'adversari sense moviments vàlids (totalment bloquejat); cal deixar-li sempre una opció al menys. Així, a la segona figura, el blau no pot jugar 1, ja que bloquejaria el vermell, i es veu obligat a jugar 2 (única jugada disponible), i per tant perd la partida.

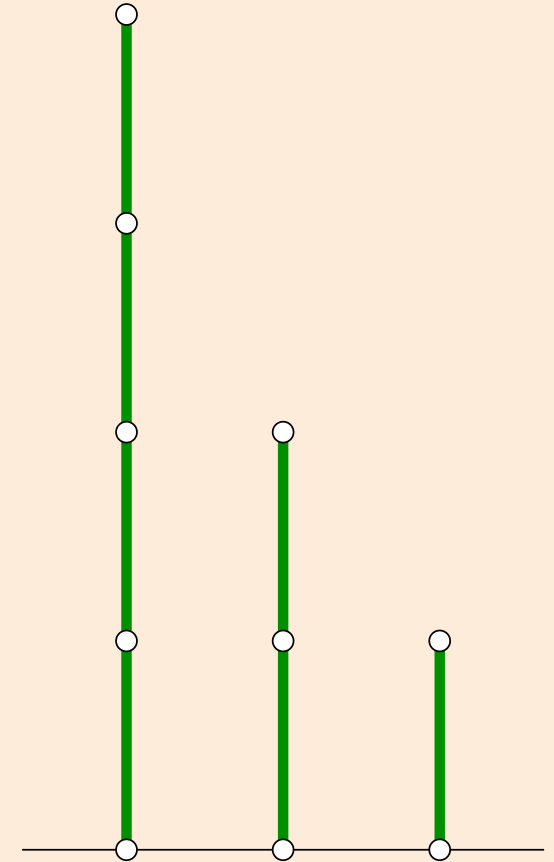


Exemple 4: el joc del nim

Es juga amb piles de monedes, i cada jugador al seu torn pot agafar el nombre de monedes que vulgui (> 0) d'una sola pila. És equivalent al joc de la poda amb tots els segments del mateix color, que pot agafar qualsevol jugador. El primer jugador que no pot fer jugada vàlida perd.

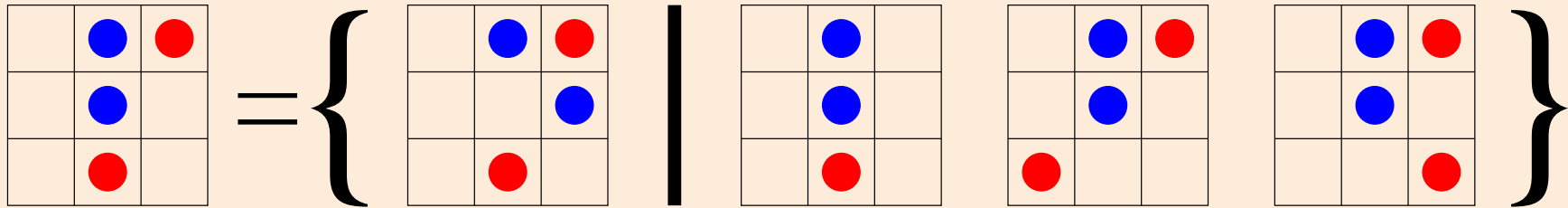
En aquest joc les opcions de cada jugador són idèntiques, i per tant no es guanya per ser el jugador L o R , sino per ser el primer o el segon en jugar. És a dir, totes les posicions d'aquest joc són o bé **zero** (0) o bé **fuzzy** (*).

Si admetem figures qualsevols, i no sols piles de segments, el joc esdevé força més complex, i s'anomena el joc de la poda monocolor.



Notació d'un joc (configuració)

Especificarem una configuració del joc donant dos conjunts, corresponents a totes les possibles opcions dels dos jugadors L i R. Exemple:



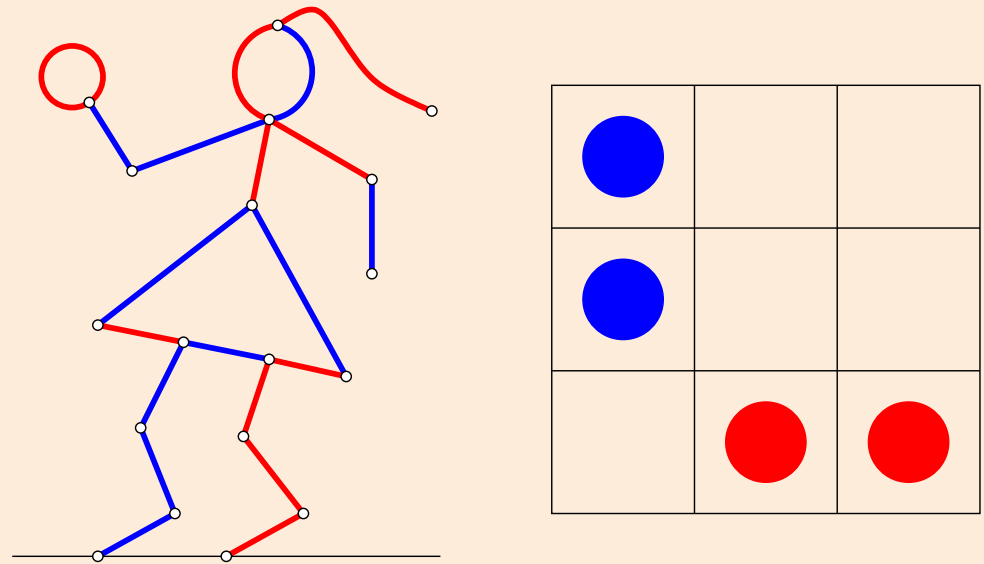
En general, posarem

$$G = \{G^L | G^R\} = \{G_1^L, \dots, G_p^L | G_1^R, \dots, G_q^R\}.$$

Una configuració queda especificada per dos conjunts, G^L i G^R , i els seus elements son a la vegada altres configuracions. Si un jugador no pot fer cap jugada, el corresponent conjunt és buid. Al final d'una partida, quan un jugador ha guanyat, no queden jugades disponibles, i tenim la configuració més simple de totes, que anomenarem 0: $\{ | \} = 0$. En aquesta configuració **guanya el segon jugador**, ja que el primer (sigui L o R) no té jugada lícita i perd.

Suma de jocs

Consisteix en jugar les dues configuracions a l'hora. Si G és el joc de la poda i H és el joc d'esquivar, llavors $G + H$ és el joc de la figura.

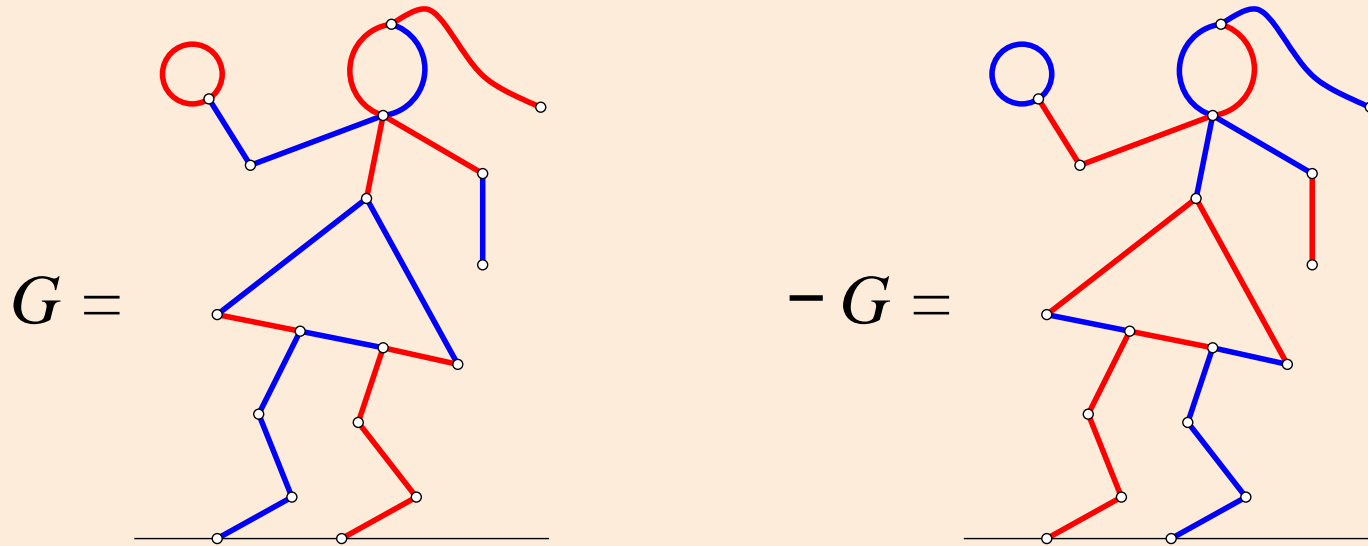


Si H és del tipus **guanya el 2^{on} jugador**, llavors el resultat de $G + H$ i G és el mateix. L'estratègia guanyadora a $G + H$ és la mateixa que a G , excepte que si el rival juga a H , li contestem a H neutralitzant la seva jugada (és a dir deixant una configuració on guanya el 2^{on}, cosa sempre possible si nosaltres mai fem la primera jugada a H). Això justifica anomenar 0 a tots els jocs del tipus **guanya el 2^{on} jugador**.

Formalment podem doncs posar $G + 0 = G$, i la suma de jocs té les propietats commutativa, associativa i existència d'element neutre.

Negatiu d'un joc

Consisteix en intercanviar L i R. Exemple:



Jugant per simetria, és clar que $G + (-G) = 0$; el segon jugador es limita a repetir les jugades del primer a l'altre joc, amb el que sempre tindrà jugades disponibles i per tant guanya. Amb la notació de conjunts, posarem

$$\text{Si } G = \{G^L | G^R\} = \{G_1^L, \dots, G_p^L | G_1^R, \dots, G_q^R\}, \quad \text{llavors}$$
$$-G = \{-G^R | -G^L\} = \{-G_1^R, \dots, -G_q^R | -G_1^L, \dots, -G_p^L\}.$$

Amb l'existència d'invers, el conjunt dels jocs té estructura de grup.