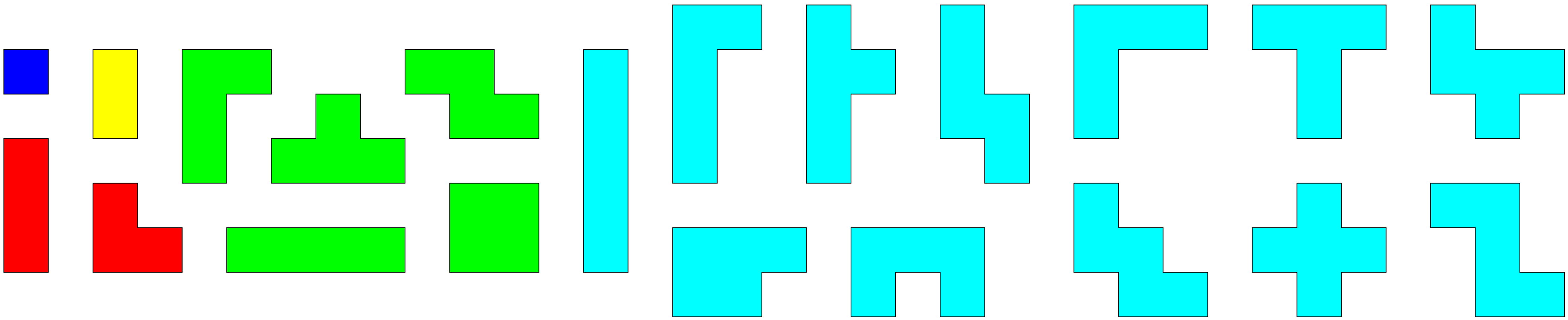
Els Poliominós

Els n-ominós estan formats per n quadrats units per les arestes formant una figura conexa. Si considerem iguals els poliominos obtesos per rotacions i/o reflexions, obtenem:



El nombre de poliominós $N(n)$ creix molt ràpidament amb n:

n	$N(n)$	n	$N(n)$	n	$N(n)$	n	$N(n)$
1	1	6	35	11	17.073	16	13.079.255
2	1	7	108	12	63.600	17	50.107.909
3	2	8	369	13	238.591	18	192.622.052
4	5	9	1.285	14	901.971	19	742.624.232
5	12	10	4.655	15	3.426.576	20	2.870.671.950

Simetries

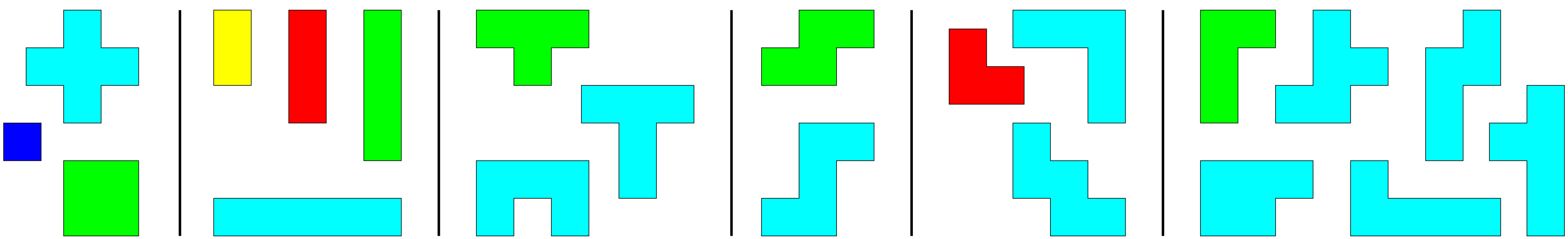
Les simetries d'un poliominó són un subgrup de D_4, les simetries d'un quadrat.

$$D_4 = \{I, R, R^2, R', K_h, K_v, K_d, K_{d'}\}$$

$$D_2 = \{I, R^2, K_h, K_v\} \qquad C_4 = \{I, R, R^2, R'\} \qquad D_{2d} = \{I, R^2, K_d, K_{d'}\}$$

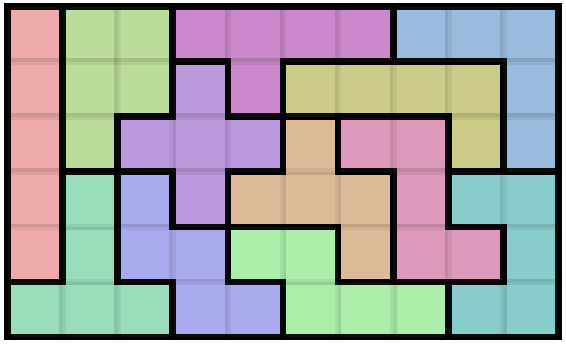
$$D_{1h} = \{I, K_h\} \quad D_{1v} = \{I, K_v\} \quad C_2 = \{I, R^2\} \quad D_{1d} = \{I, K_d\} \quad D_{1d'} = \{I, K_{d'}\}$$

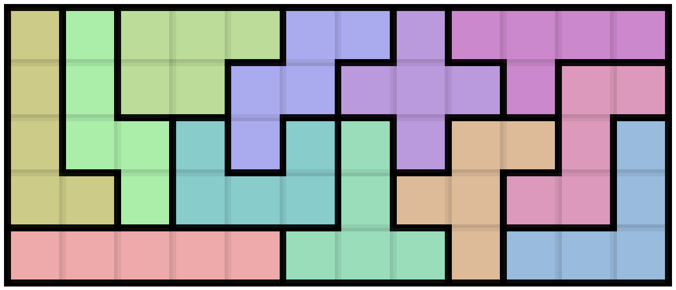
$$C_1 = D_0 = \{I\}$$

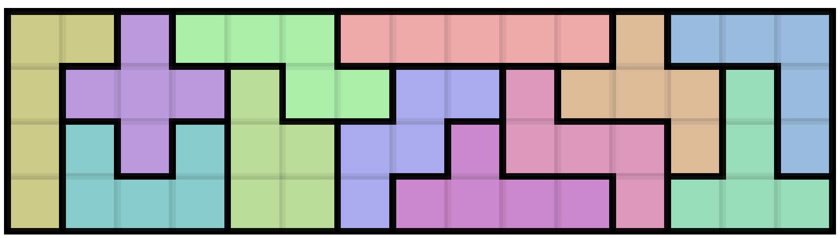


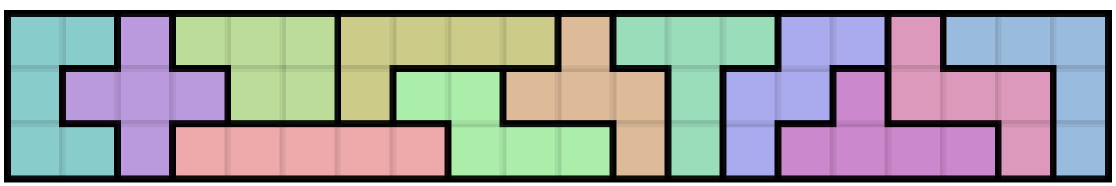
D_4 (1) D_2 (2) D_{1h} (4) C_2 (4) D_{1d} (4) C_1 (8posicions)

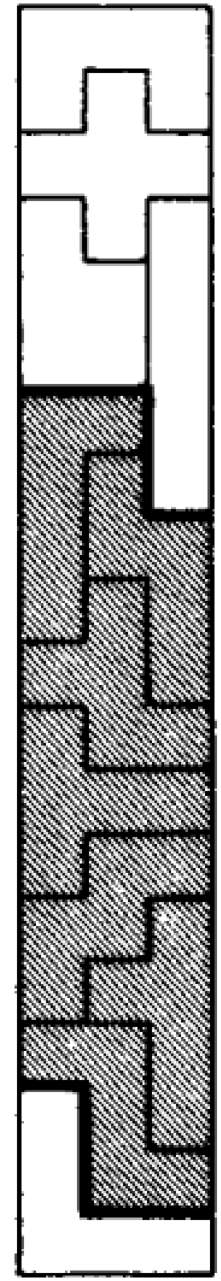
Rectangles


6 ×10


5 ×12

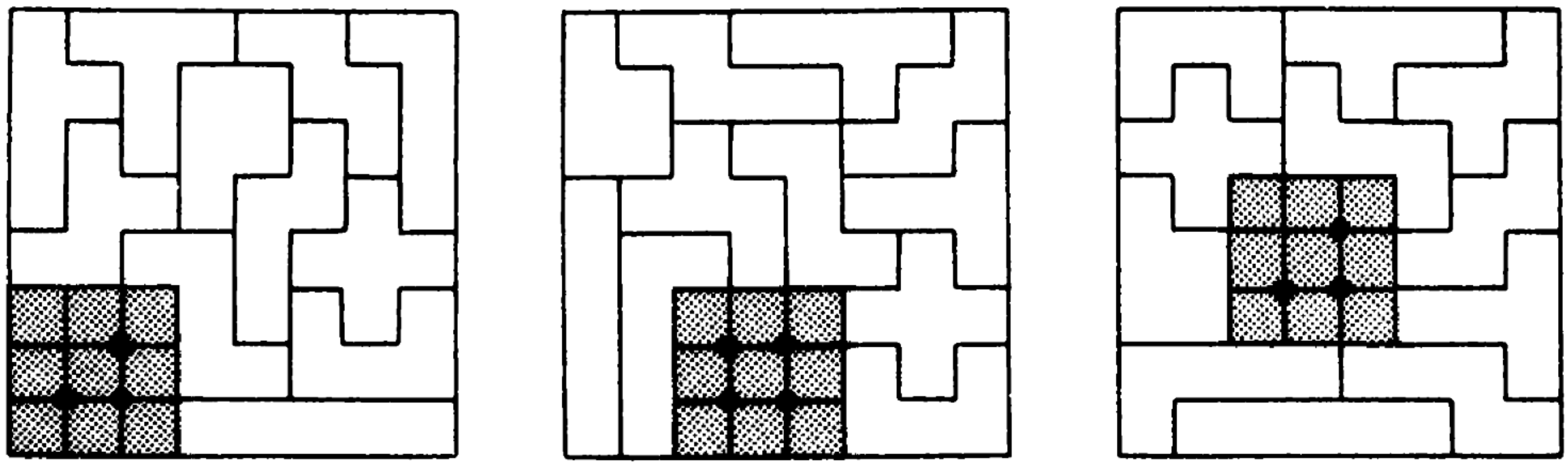

4 ×15


3 ×20

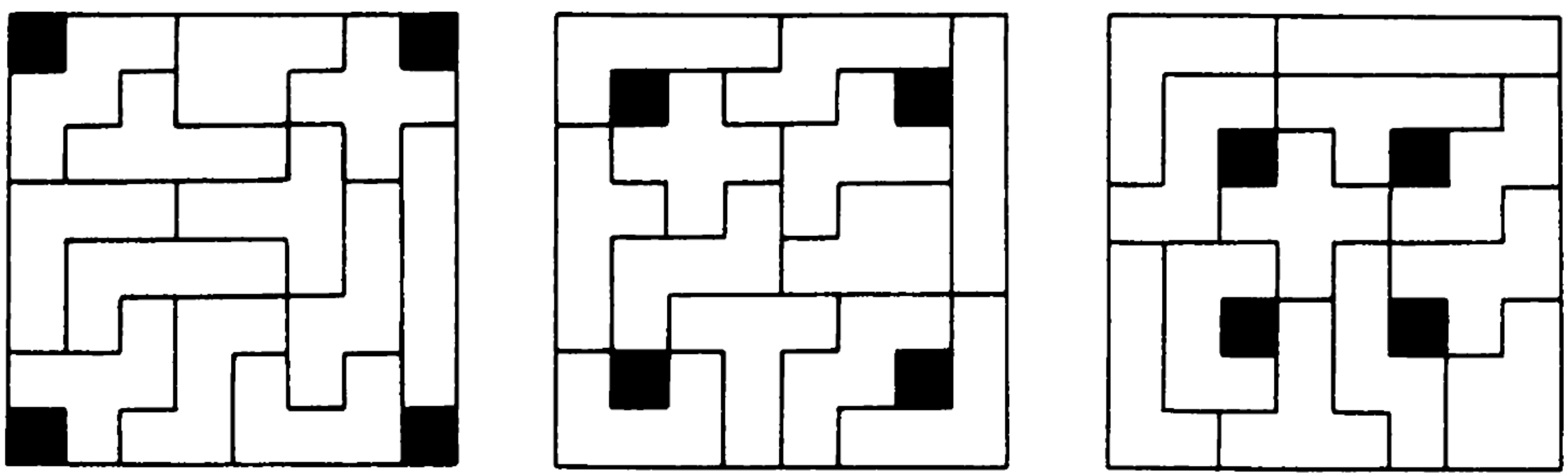


Taulell d'escacs

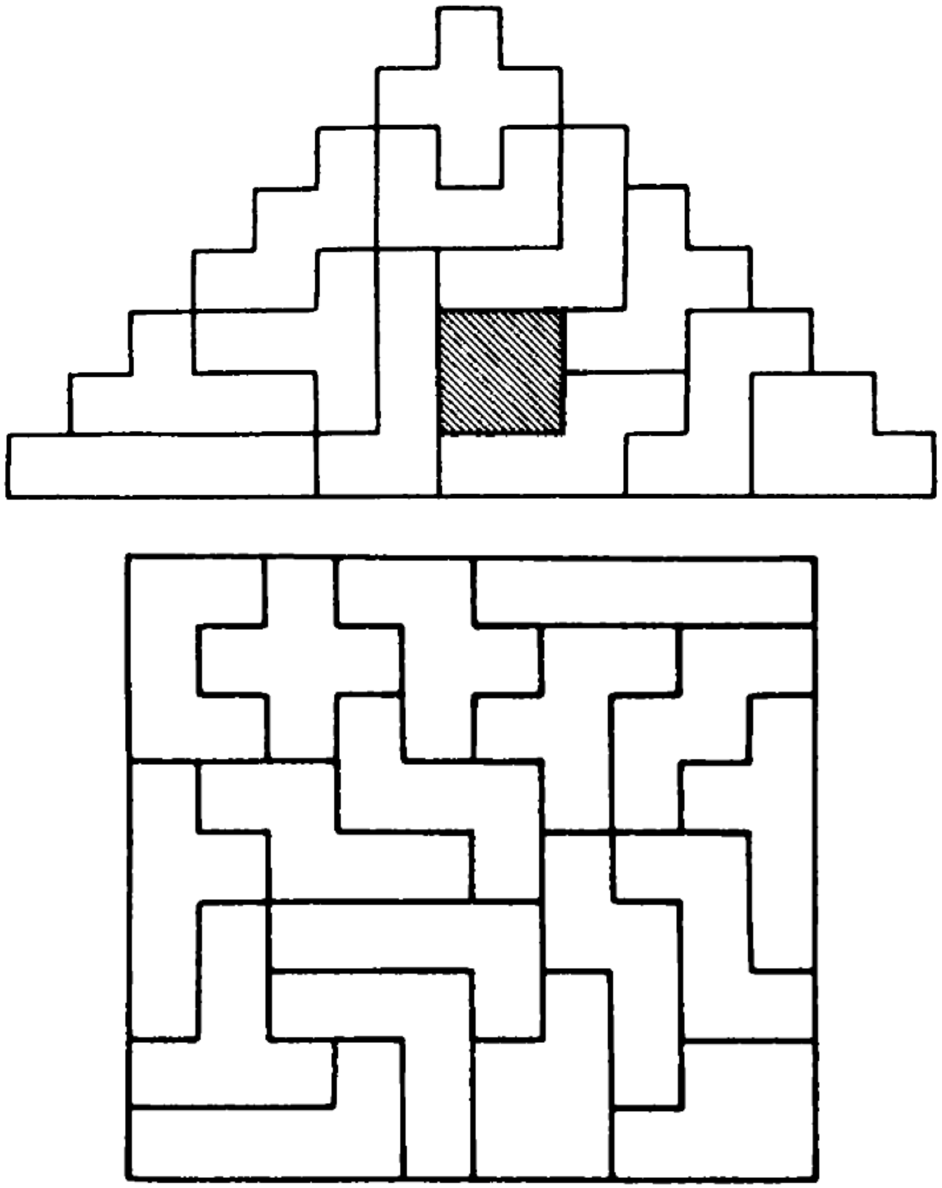
Col·locant apropiadament el pentomino en angle dins del quadrat 3x3, es poden resoldre les deu posicions del quadrat 2x2 al taulell d'escacs.

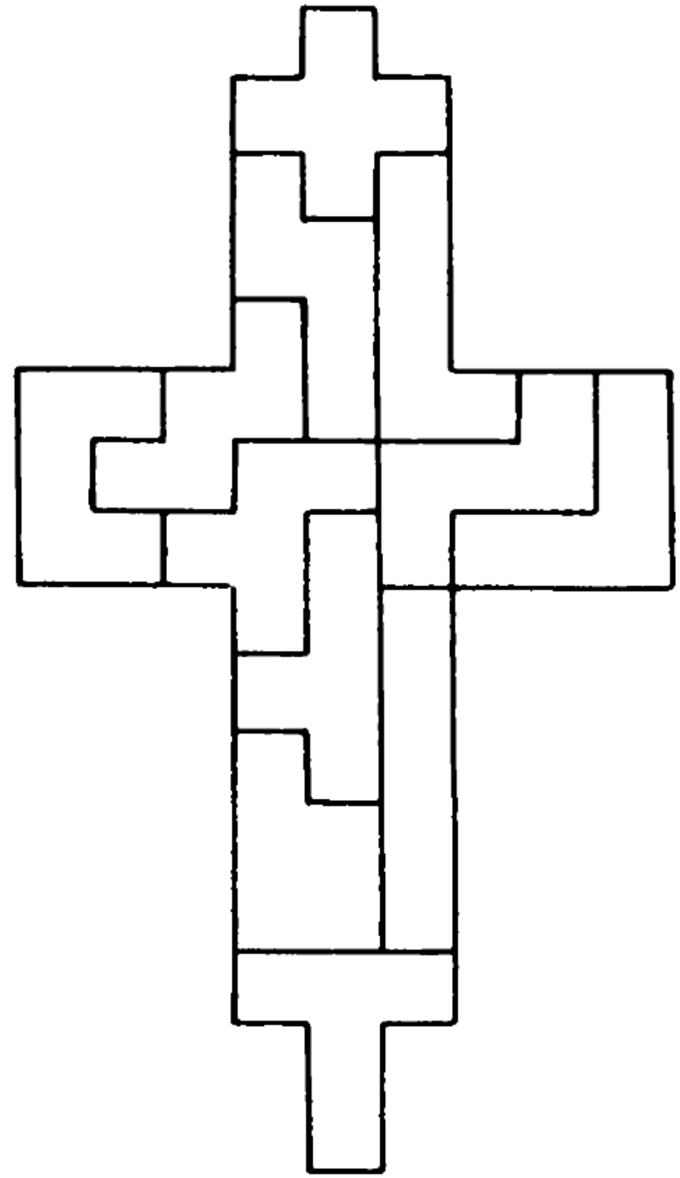


Tres solucions simètriques amb quatre quadrats individuals:



Altres configuracions

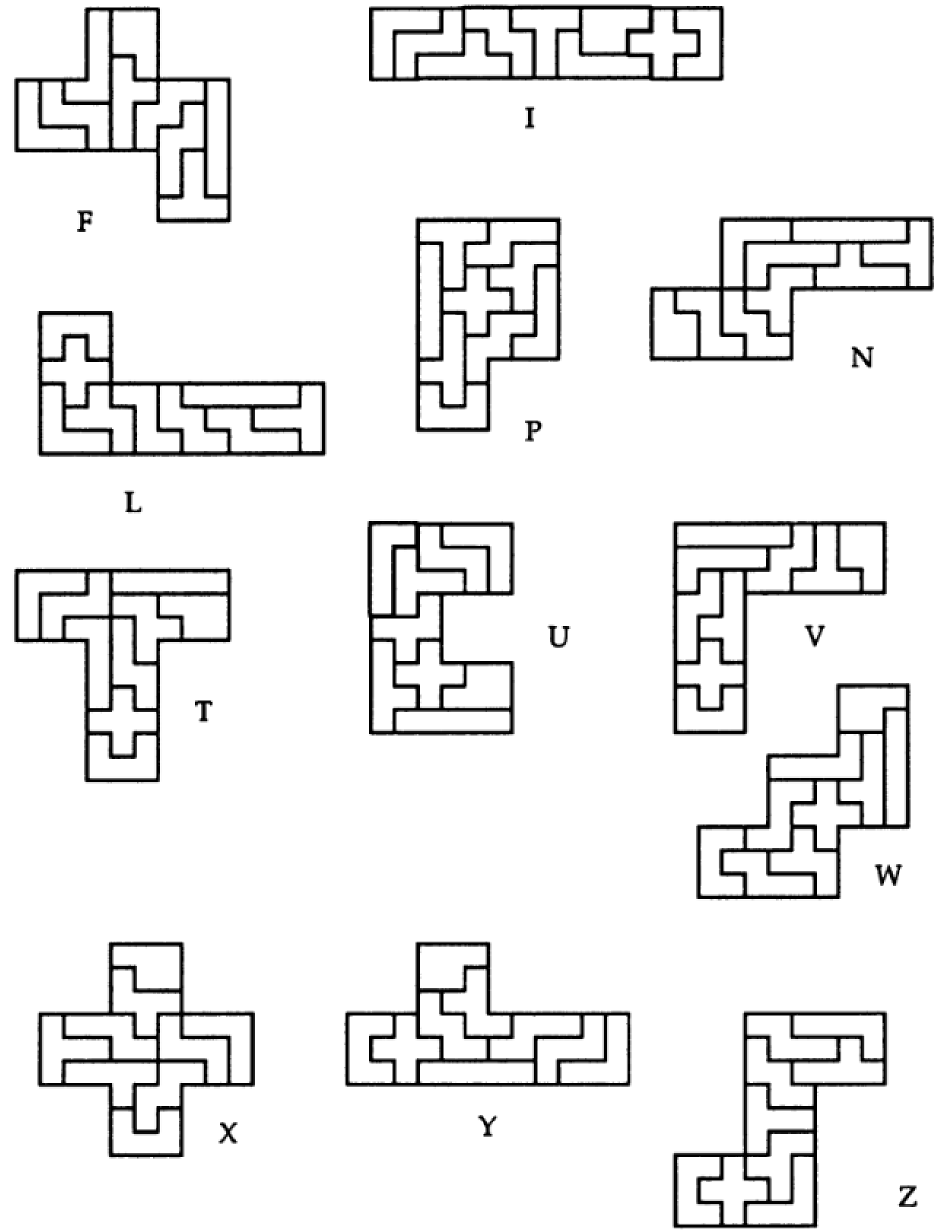




Triplicació dels pentominos

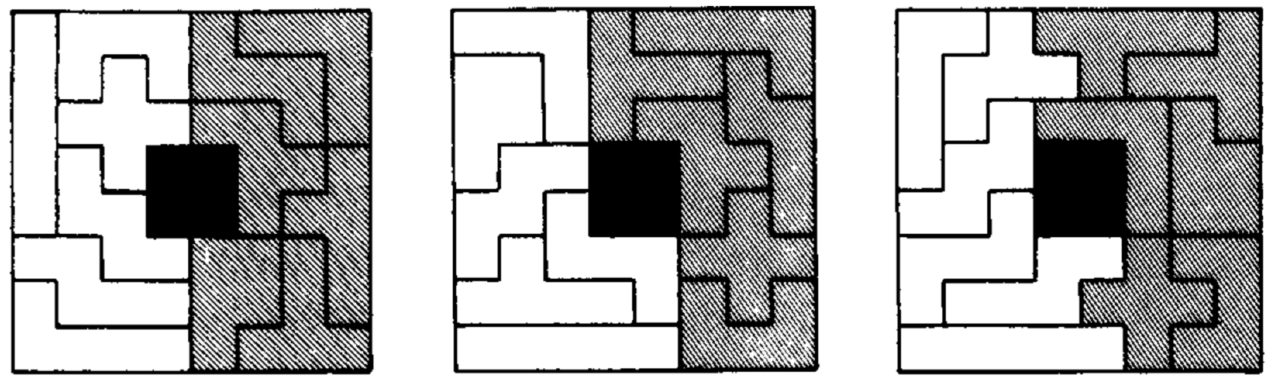
Un pentominó es pot triplicar fent servir nou dels altres pentominós.

Es mostren solucions de tots els cassos sense fer servir la peça que es triplica.

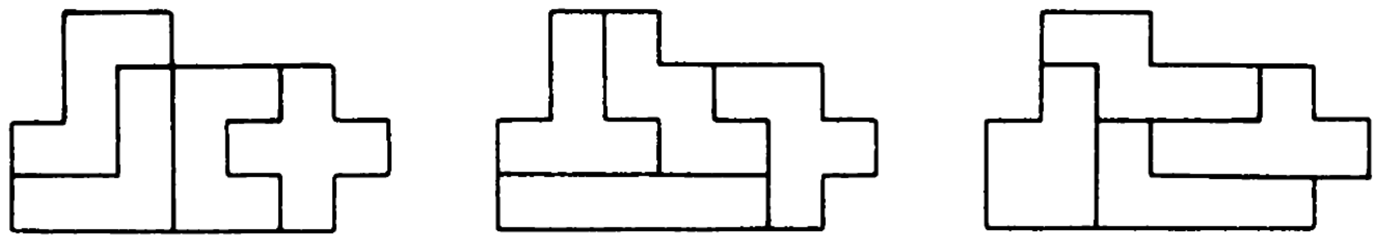


Figures congruents

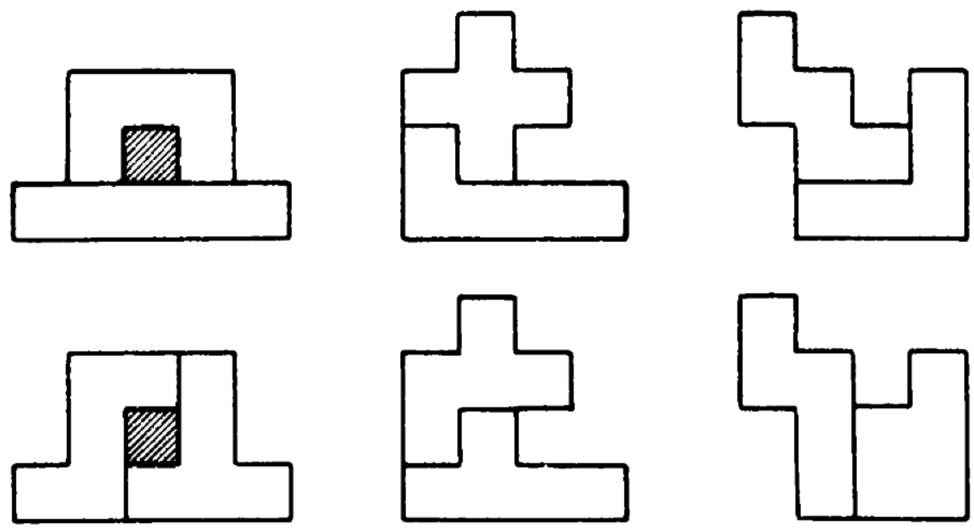
Duplicació:



Triplicació:

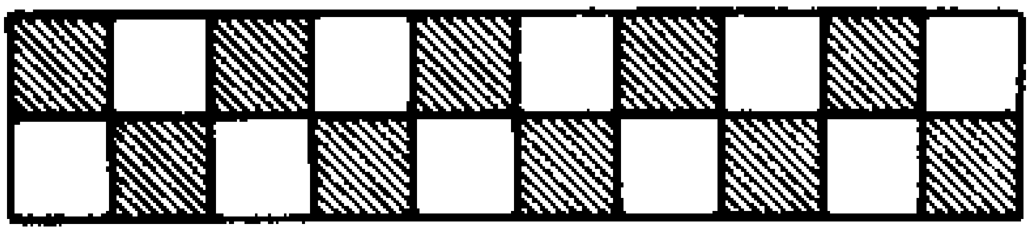


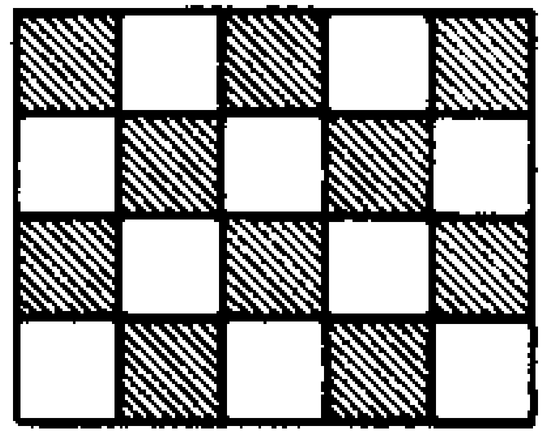
3 parelles congruents:



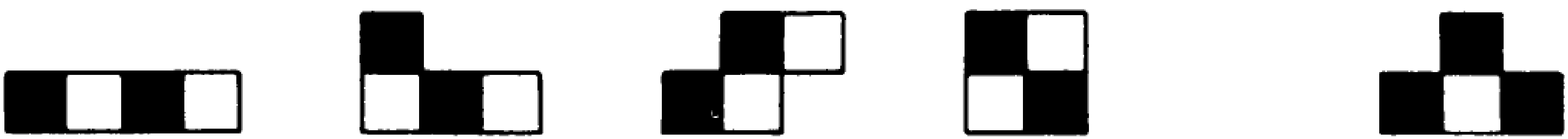
Impossibilitats: tetrominós

Si hom intenta construir rectangles amb els 5 tetrominós (2x10 i 4x5) resulta impossible. Es pot demostrar fàcilment colorejant els rectangles com el taulell d'escacs:





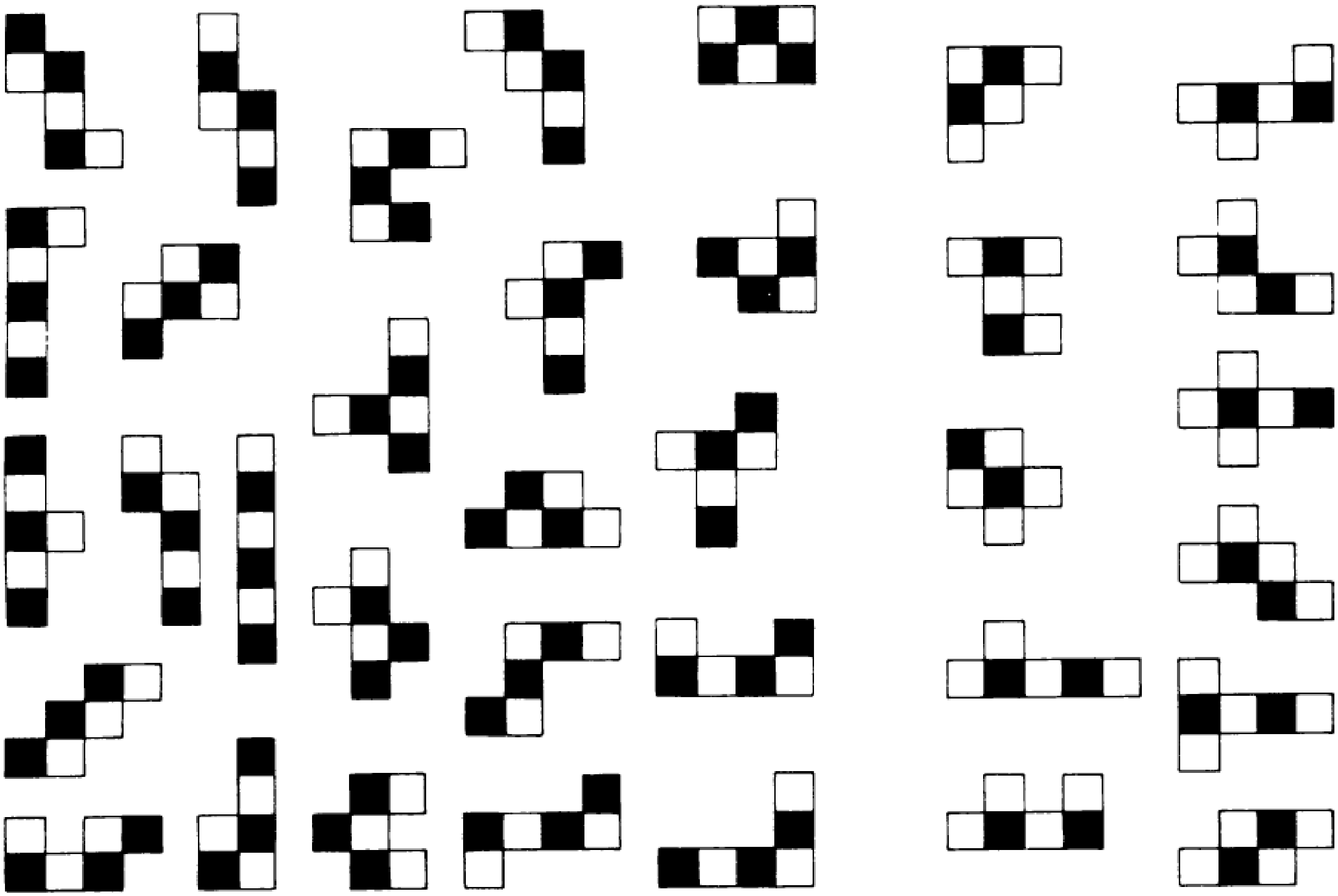
Quan fem el mateix amb els tetrominós veiem que el nombre de quadres blancs i negres no pot ser mai igual, per tant els rectangles no es poden construir.



Hi ha un tetrominó desequilibrat, l'últim.

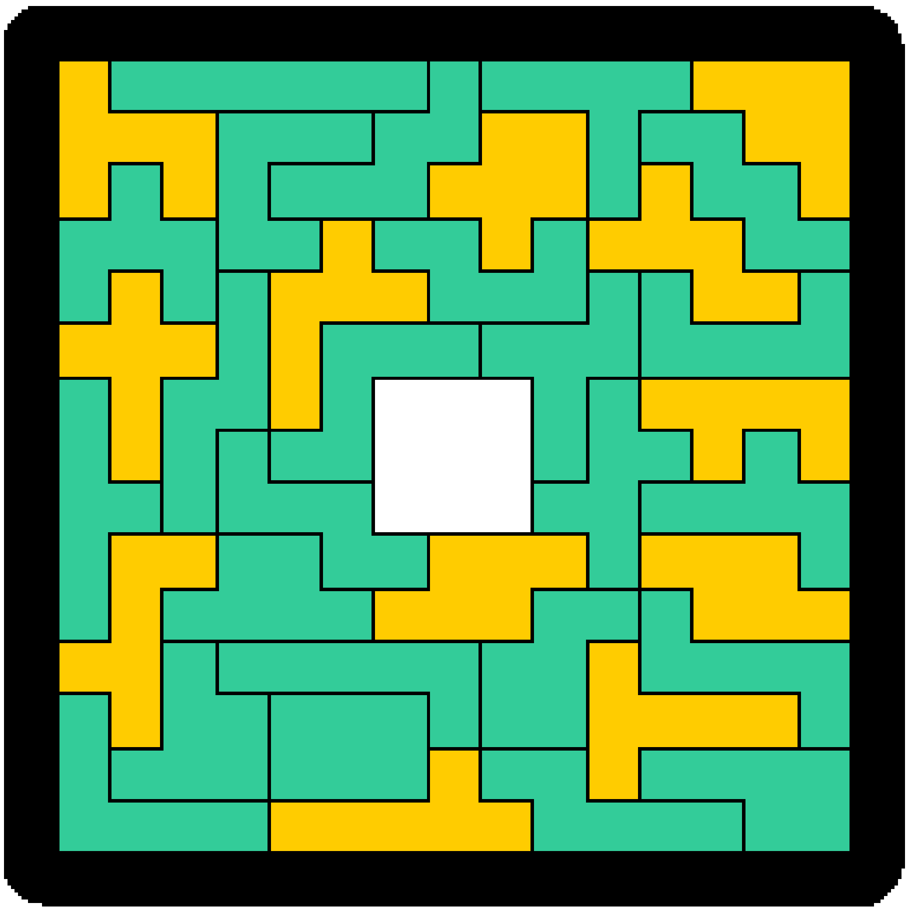
Impossibilitats: hexominós

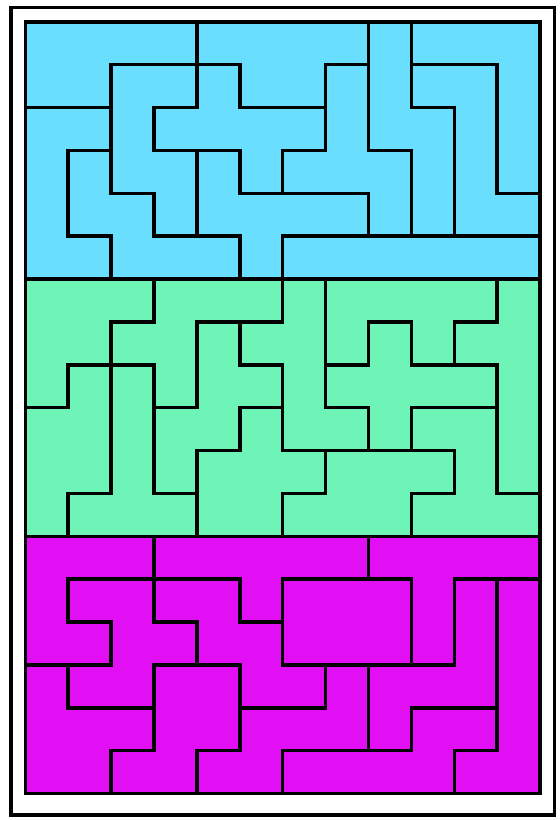
Dels 35 exominós, 24 estan equilibrats, i 11 desequilibrats. Com que 11 és imparell, els desequilibrats no poden equilibrarse completament per parelles, per tant cap figura amb el mateix nombre de quadres blancs i negres té solució.

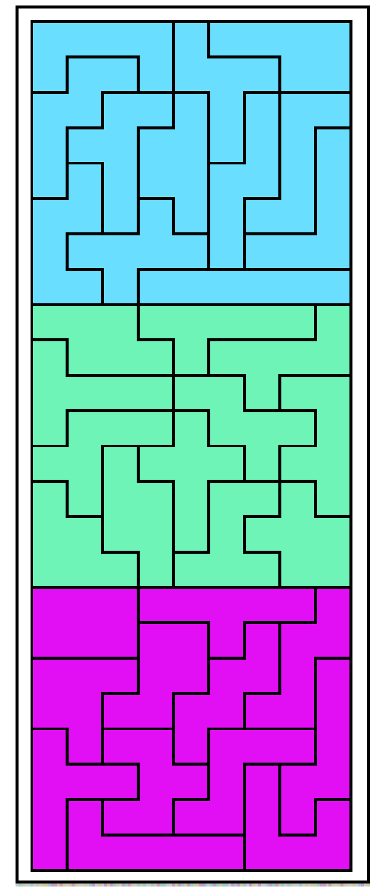


Hexominós

Si dupliquem la única peça desequilibrada invariant per mitja volta, obtenim un conjunt de 36 hexominós que permet fer figures amb el mateix nombre de quadres blancs i negres, per exemple el quadrat 15x15 menys un forat central 3x3.

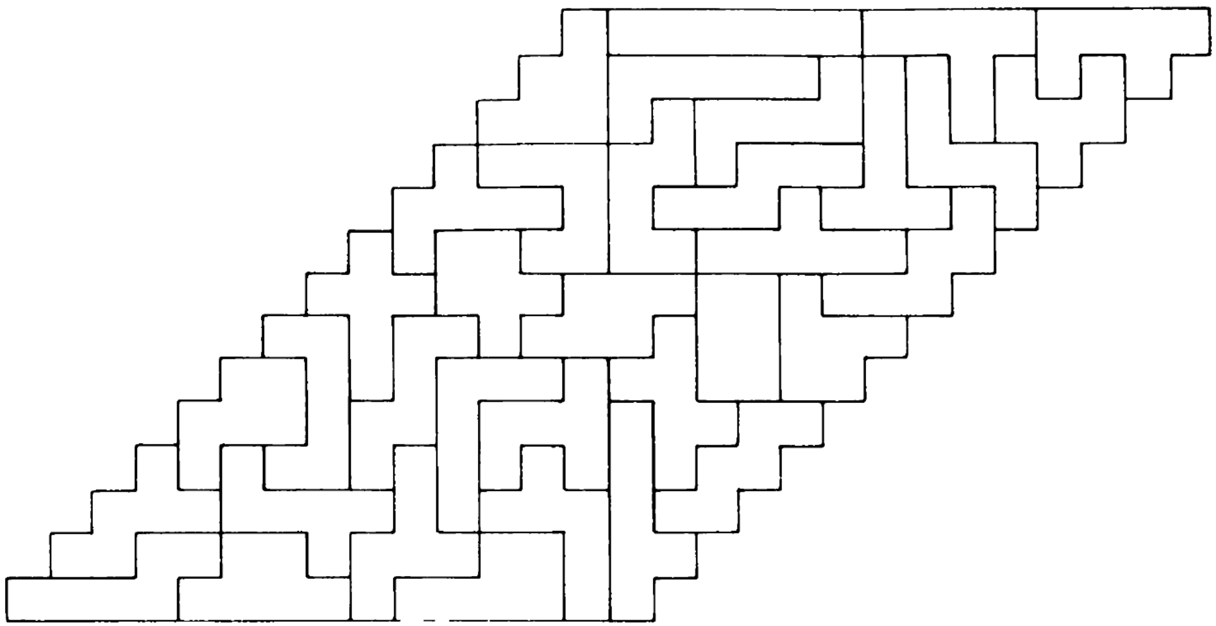


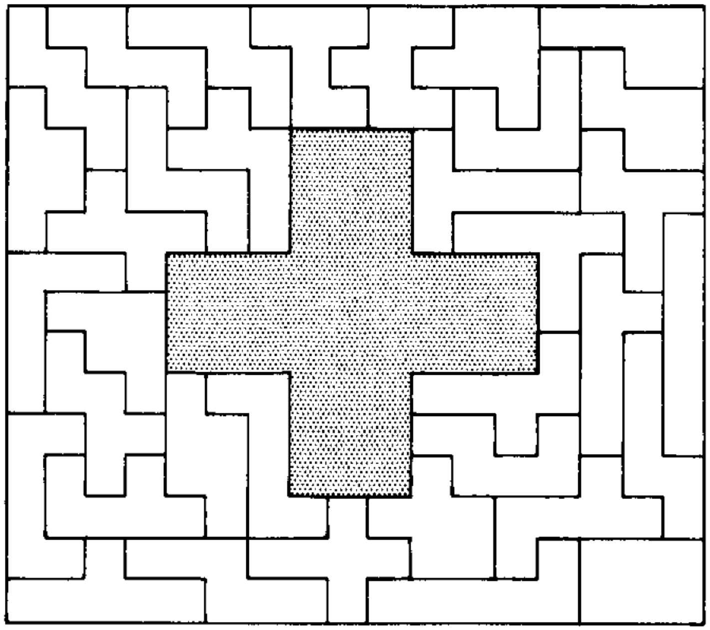




Hexominós

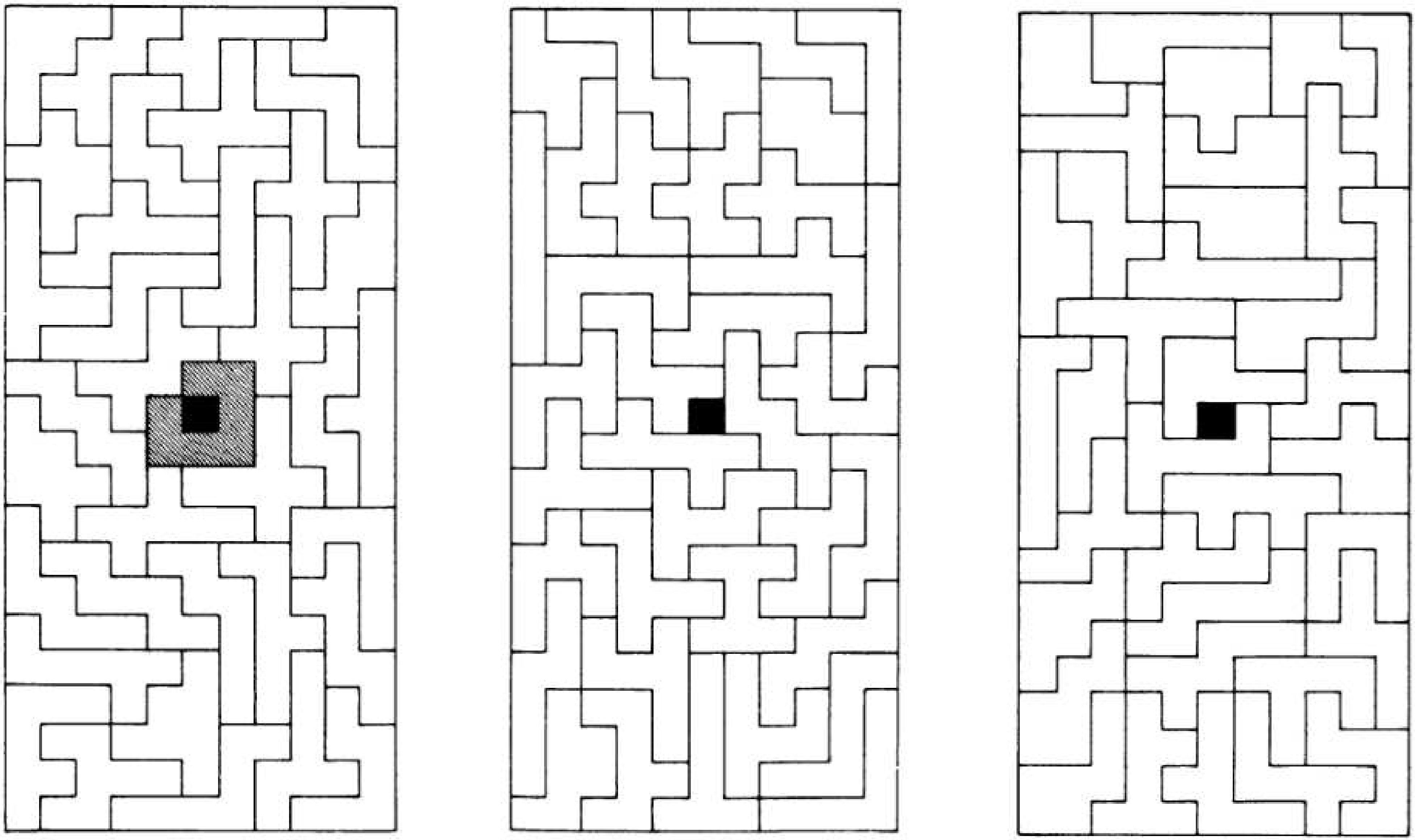
Un parell de figures fetes amb els 35 hexominós.





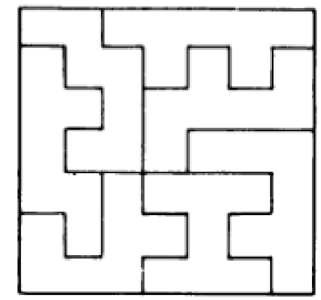
Heptominós

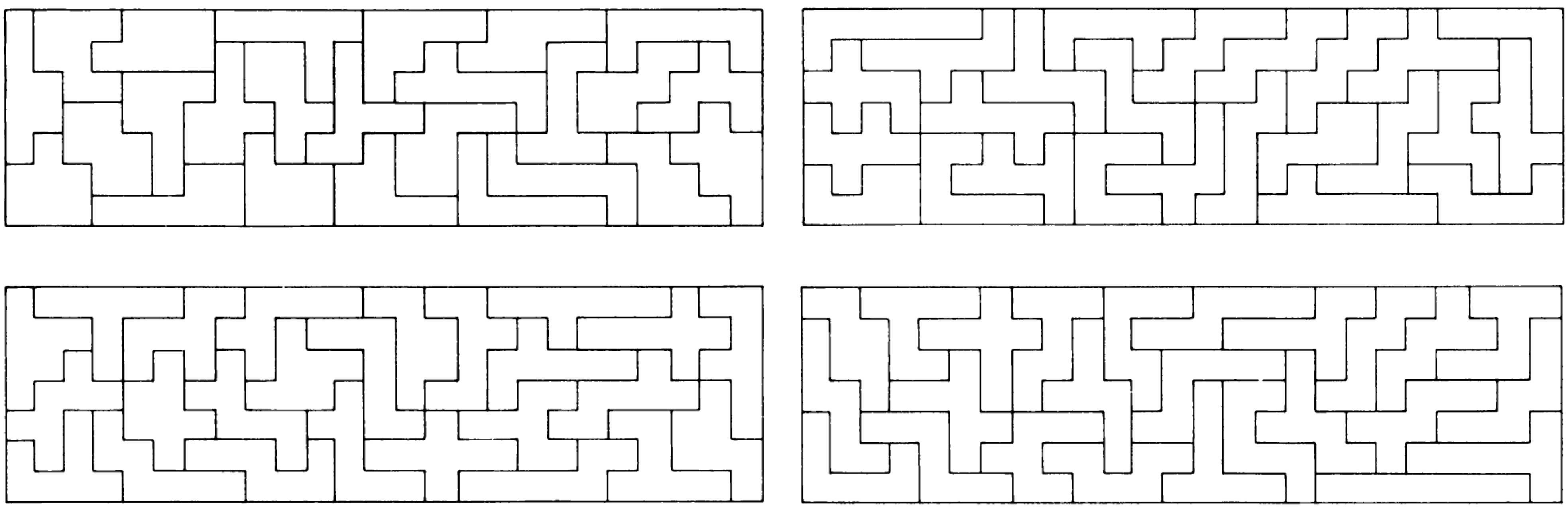
Tres rectangles 23x11 (759 □) amb els 108 heptominós (756 □).



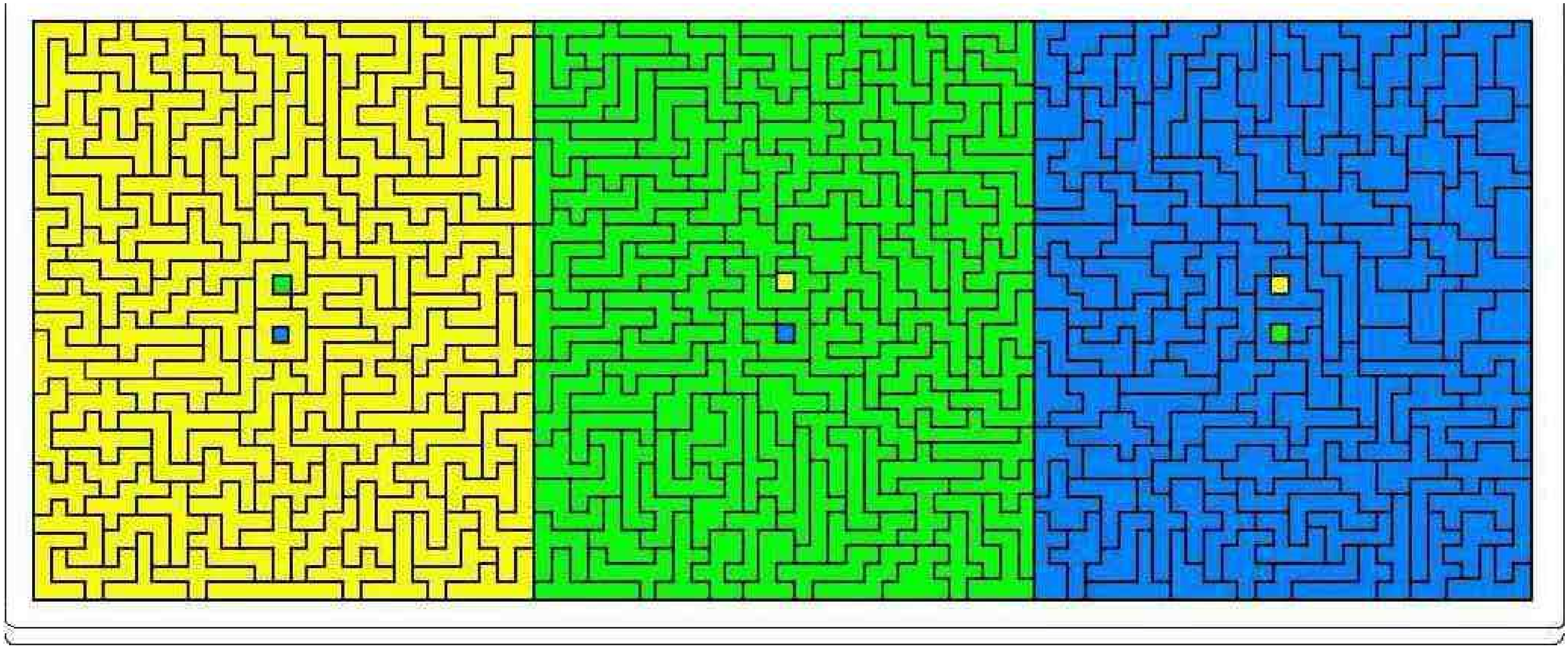
Heptominós

El rectangle 7x107 amb els 107 heptominós sense forat.

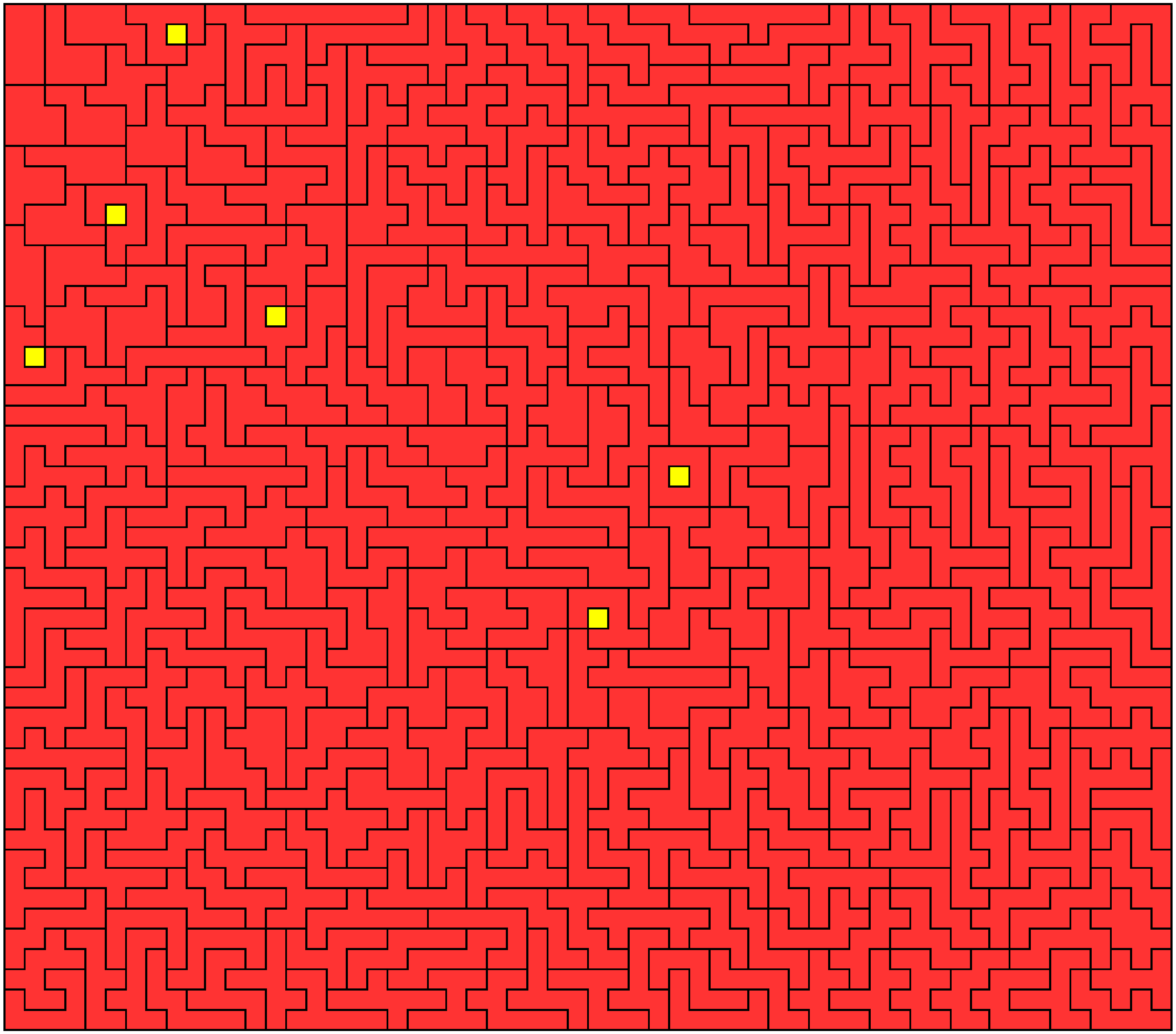




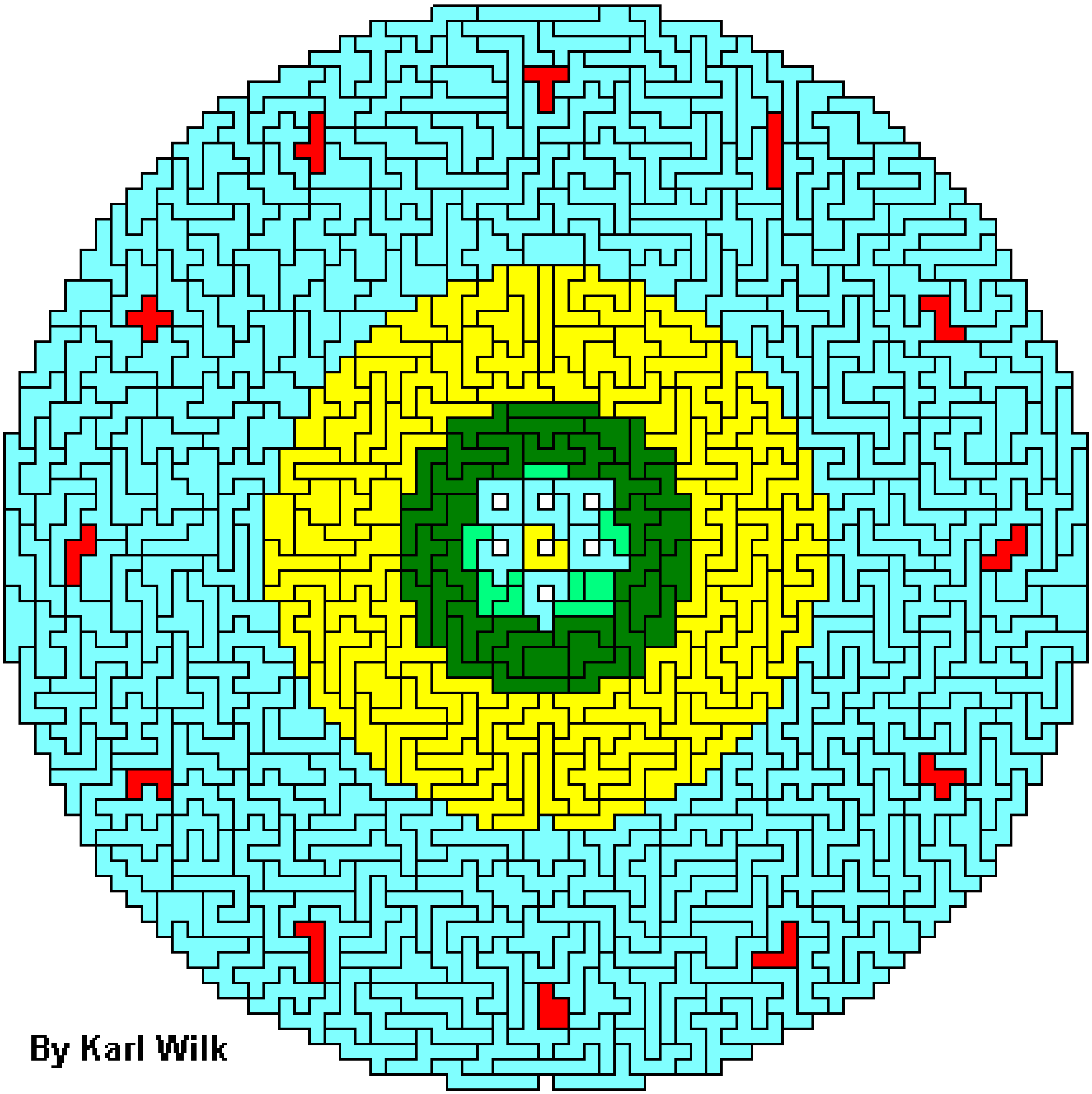
Octominós



Octominós



Octominós



Enneominós

Els 1285 enneominós formant un quadrat truncat de 109x109.