

Problemas de Física.
Primer Curso.
Titulación: Grado en Ingeniería Civil.
Departamento de Física Aplicada.
Curso 2011/2012.

V. Iranzo
F. Marqués
F. Mellibovsky
A. Meseguer
V. Moreno

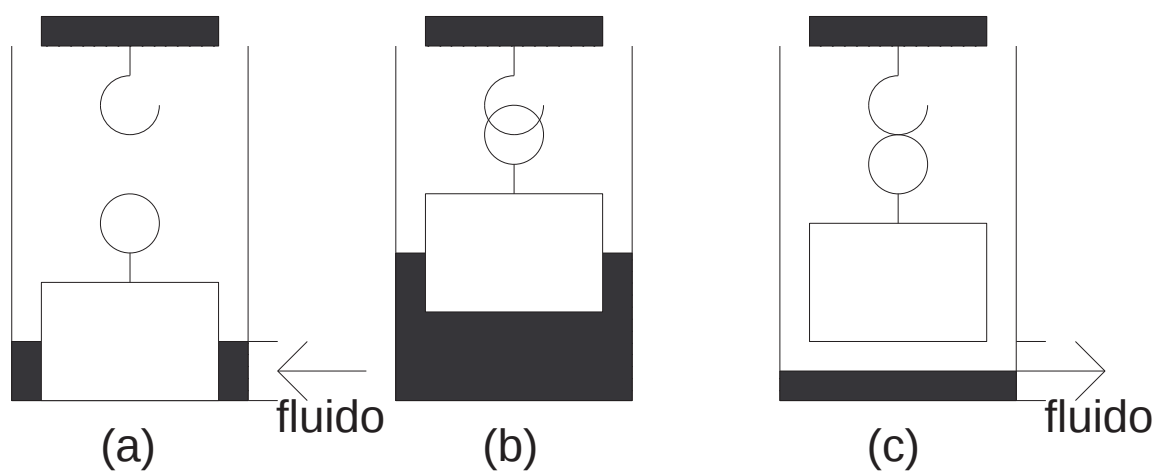
1 de septiembre de 2011

Índice general

1. Problemas	5
1. Primer Principio de la Termodinámica	6
2. Segundo Principio de la Termodinámica	13
3. Trasmisión de calor	21
4. Ondas	25
2. Soluciones	35
1. Primer Principio de la termodinámica	36
2. Segundo Principio de la Termodinámica	40
3. Transmisión de calor	46
4. Ondas	48

Capítulo 1

Problemas

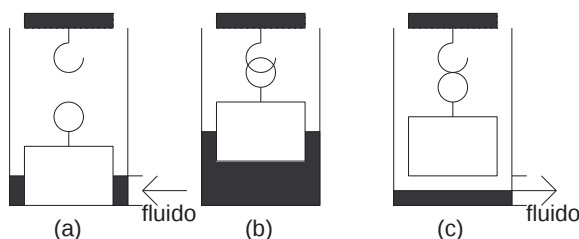


1. Primer Principio de la Termodinámica

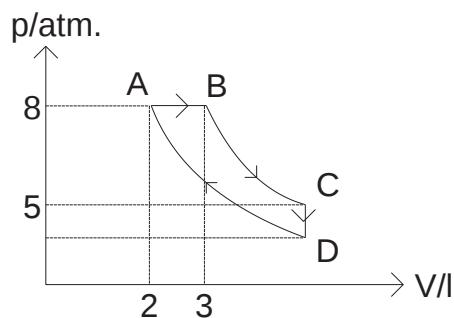
1. Un kg. de agua, cuando se transforma en vapor a la presión atmosférica, ocupa un volumen de $1,67 \text{ m}^3$. Calcular el trabajo realizado contra la presión atmosférica.
2. Un cilindro de revolución cerrado está dividido en dos mediante un émbolo plano ortogonal al eje del cilindro y de área S . A la izquierda del émbolo hay n_1 moles de un gas ideal y a su derecha n_2 moles de otro gas ideal distinto. Ambos gases están a la misma presión p_0 y tienen la misma masa. Se empuja el émbolo de forma que éste se desplace lentamente hasta que ambos gases hayan permutado sus densidades. El intercambio de calor con el exterior es tal que la temperatura de los gases es la ambiente T_0 durante todo el proceso. Calcular el trabajo W necesario para ello y el desplazamiento hacia la derecha x del émbolo (Datos: n_1 , n_2 , T_0 , p_0 , S).
3. Un inventor afirma tener una máquina que crea energía. El invento consiste en un depósito cilíndrico abierto a la atmósfera que contiene un cuerpo de densidad menor que la del fluido que llenará el depósito.

Inicialmente el cuerpo se apoya en la base del depósito y éste está vacío. Una bomba llena el depósito (a) hasta que el cuerpo alcanza la anilla y queda fijo en la posición indicada en (b). A continuación se vacía el depósito (c) recuperando mediante una turbina la energía empleada para llenarlo. De este modo se ha ganado una energía que queda almacenada en forma de energía potencial gravitatoria.

Explicar razonadamente donde está el error basándose en un diagrama $p - V$, donde p es la presión del fluido a la entrada de la bomba y V su volumen.



4. Un ciclo recorrido por un gas ideal viene representado en el diagrama $P - V$ por un rectángulo de vértices A , B , C y D . Representétese dicho ciclo en el diagrama $T - V$ especificando los vértices A , B , C y D .
5. Un mol de gas ideal se somete al proceso $ABCD$ de la figura formada por dos isotermas, una isobara y una isocora. Dibujar el ciclo en el diagrama $T - V$. Hallar el trabajo neto obtenido después de un ciclo y el calor total absorbido por el gas. Dato: $C_v = 3R/2$.



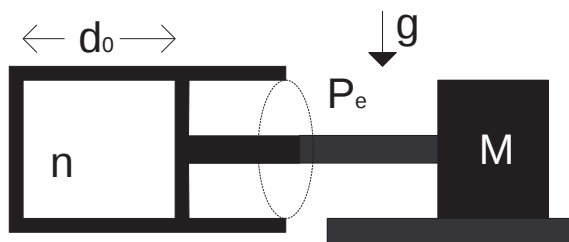
6. El sistema de la figura és un cilindre de radi r a l'interior del qual hi han n mols d'un gas ideal. A l'instant inicial, l'èmbol està situat a la posició de la figura, a una distància d_0 de la base del cilindre i a una temperatura T_0 . La pressió exterior P_e és constant.

a) Determinar la pressió p_i del gas a l'instant inicial.

L'èmbol està en equilibri sota l'acció de la força de la pressió del gas i de la massa M que està unida solidariament a l'èmbol i descansa sobre una superfície amb coeficient de fregament μ . Les parets del cilindre i l'èmbol es suposen adiabàtics.

- b) Calculeu la quantitat de calor Q que s'ha de subministrar al gas del cilindre per que el sistema format per la massa M i el pistó iniciï el moviment cap a la dreta.
- c) Calculeu quina distància s'haurà desplaçat la massa cap a la dreta si subministrem una quantitat de calor Q_2 al gas.
- d) Determineu la variació d'energia interna i d'entropia del gas durant el procés c).

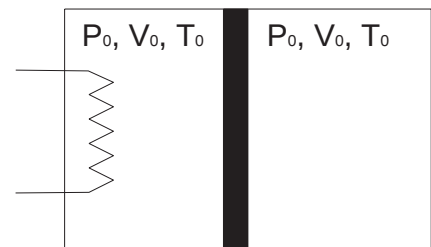
Dades: $M = 1000$ kg, $n = 2$ mols, $\gamma = 1.4$, $C_p = 7/2R$, $r = 20$ cm, $d_0 = 30$ cm, $\mu = 0,5$, $P_{ext} = 1$ atm, $T_0 = 27^\circ C$, $Q_2 = 500$ cal.



7. En un calorímetro que contine 200 g de hielo a $-8^\circ C$ se introducen 50 g de vapor de agua a $100^\circ C$. La capacidad calorífica del calorímetro es de $20 \text{ cal}/^\circ C$. Determinar el estado final de la mezcla. Datos: calor específico del hielo: $0,5 \text{ cal/g}^\circ C$; calor de fusión del hielo: 80 cal/g ; calor de vaporización del agua: 537 cal/g .
8. En un calorímetro con 20 g de hielo a $-12^\circ C$ se añaden 20 g de agua a $20^\circ C$. ¿Qué ocurrirá si se hacen llegar 2 g de vapor a $100^\circ C$? ¿Qué masa de vapor habrá que hacer llegar en lugar de los 2 g para tener finalmente sólo agua a $100^\circ C$? Calor específico del hielo $0,5 \text{ cal/g}^\circ C$. Calor de fusión 80 cal/g . Calor de vaporización 540 cal/g . Equivalente en agua del calorímetro, 20 g.
9. Una cantimplora cuya masa es 500 g contiene una mezcla en equilibrio termodinámico de 750 gramos de agua y 100 gramos de hielo a presión de una atmósfera. Se deja caer la cantimplora desde una altura considerable. Después de la caída se encuentra que la temperatura de la cantimplora es de $1^\circ C$. Suponiendo que durante el impacto no se comunica energía al suelo, ¿cuál era la velocidad de la cantimplora un instante antes de dicho impacto?. Equivalente en agua de la cantimplora, 25 g.
10. Se comunica a 1 gramo de hielo a $0^\circ C$ 80 calorías. Sabiendo que el calor de fusión del hielo es 80 cal/g , su densidad 0.9 g/cm^3 y la presión exterior 1 atmósfera, hallar:
 - a) La variación de energía interna.
 - b) El trabajo realizado por el hielo por el proceso de fusión.

Se supone que la densidad del agua líquida a $0^\circ C$ es 1.0 g/cm^3 .
11. 100 gramos de N_2 están a $25^\circ C$ y 30 atm. Se pasa bruscamente a la presión de 10 atm. mediante una expansión adiabática del gas contra una presión exterior constante de 10 atm. Calcular la temperatura final del gas, la variación de energía interna y de entalpia en la expansión. Admítase que el gas se comporta como perfecto y que el calor molar a volumen constante es $5R/2$.
12. 10 gramos de Argón (masa molecular 40) se hallan inicialmente a 3 atm y 300 K. Sufren una transformación y finalmente se hallan a 1 atm y 600 K. Hallar el trabajo realizado, el calor absorbido y la variación de energía interna para las siguientes transformaciones, todas las cuales pueden llevar el gas de su estado inicial a su estado final:
 - a) Presión constante, volumen constante.
 - b) Volumen constante, presión constante.
 - c) Temperatura constante, presión constante.

- d) Volumen constante, temperatura constante.
13. Un gas perfecto se expande adiabáticamente sin variar su entalpía. Analizar como se comporta su presión.
14. Un mol de gas monoatómico ($C_v = 3/2R$) sufre una transformación adiabática en dos etapas. En la primera, partiendo de un volumen inicial V_0 y una presión inicial P_0 se expande contra el vacío hasta alcanzar un volumen doble. En la segunda etapa sufre una compresión brusca a presión constante hasta que el volumen recupera su valor inicial. Si al final del proceso la presión del gas coincide con la presión exterior aplicada, calcular:
- El estado final del gas.
 - El trabajo total realizado durante el proceso.
 - La variación total de la energía interna.
15. Un gas ideal para el cual $C_v = 3R/2$ ocupa un volumen de 4 m^3 a la presión de 8 atm y a 400 K. El gas se expande hasta la presión final de 1 atm. Calcular el volumen final y la temperatura final, el trabajo realizado, el calor absorbido y la variación de energía interna en cada una de las siguientes variaciones:
- Expansión isotérmica reversible.
 - Expansión adiabática reversible.
 - Expansión adiabática contra el vacío.
16. Un mol de aire en condiciones normales es comprimido mediante un proceso isotérmico cuasiestático hasta reducir su volumen a la mitad y luego se expande por vía adiabática reversible hasta su presión inicial. Hallar:
- El trabajo total realizado por el gas.
 - El calor total que ha pasado el gas.
 - La variación de la energía interna experimentada por el gas.
 - La temperatura final.
17. Se tiene un cilindro térmicamente aislado con un émbolo aislante móvil sin rozamiento. A cada lado del émbolo hay n moles del mismo gas ideal, teniendo en ambos lados el mismo estado inicial (P_0, V_0, T_0). Se comunica calor lentamente al gas de la izquierda mediante una resistencia eléctrica de forma que por el aislamiento no pasa calor al gas de la derecha. Debido a la expansión sufrida por el gas de la izquierda se alcanza una nueva situación de equilibrio para una presión $27P_0/8$. En función de n , T_0 y la constante de los gases R , calcular:
- El trabajo W realizado contra el gas de la derecha y la temperatura final de éste T_d .
 - Temperatura final del gas de la izquierda T_i .
 - Cantidad de calor Q que recibe el gas de la izquierda procedente de la resistencia.



Nota: se conoce $\gamma = C_p/C_v = 1.5$.

18. Un amortiguador neumático (por ejemplo, un parachoques de ferrocarril) está constituido por un cilindro con un émbolo de las siguientes características: 50 cm desde el fondo del cilindro a la pared interior del émbolo y 20 cm de diámetro interior. Inicialmente el aire dentro y fuera del cilindro está a la presión de 1 atm y a 20°C . Se pide:
- La energía que puede absorber el amortiguador cuando el émbolo entra 40 cm en el cilindro.

b) La presión y la temperatura a que llega en tal caso el aire encerrado en el cilindro suponiéndolo como un gas perfecto y considerando la compresión adiabática cuasiestática con $\gamma = 1.4$.

19. Un cilindro de 100 cm^2 de base aislado térmicamente contiene un gas diatómico ($C_v = 5R/2$) del que conocemos su volumen y temperatura. Supongamos que el émbolo tiene un peso despreciable y sirve para separar el gas de la atmósfera. Colocamos una pesa de $10,33 \text{ Kg}$ sobre el émbolo y aguardamos a que el gas esté de nuevo en equilibrio. Hallar:

- Las presiones inicial y final medidas en atmósferas.
- Las relaciones volumen final/volumen inicial y temperatura final/temperatura inicial.

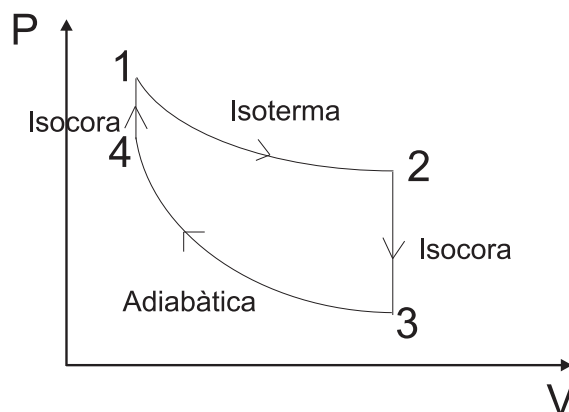
Nota: $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg}$, Densidad Hg = 13.6 g/cm^3 .

20. Medio mol de gas ideal de calor específico a volumen constante $5R/2$ está en un estado A con presión P_0 y volumen V_0 conocidos. Realizamos una expansión adiabática reversible hasta un volumen $3V_0$ (estado C). Hallar:

- La presión y temperatura del estado C .
- El calor y el trabajo intercambiados por el sistema y la variación de energía interna.
- Idem que en b) pero para un proceso formado por una isobara (P cte.) seguido de una isocora (V cte.) que una los estados A y C .

21. Un ciclo de Otto está formado por dos adiabáticas reversibles y dos isocoras (volumen constante V_1 y V_2 , $V_2 > V_1$) también reversibles. Demostrar que el rendimiento es $\eta = 1 - r_c^{1-\gamma}$ donde $r_c = V_2/V_1$.

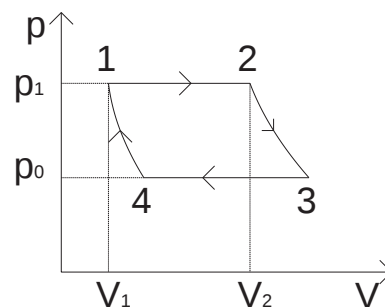
22. Un mol de gas ideal experimenta 4 transformaciones sucesivas representadas en el diagrama PV de la figura. Los datos son: P_1 , V_1 , $P_2 = P_1/2$, $T_3 = T_1/2$ y $V_4 = V_1$. Hallar la variación de energía interna, el intercambio de calor y el trabajo realizado por el gas en cada una de las transformaciones. Indicar en qué transformaciones el gas absorbe calor y en cuáles realiza trabajo. Hallar el rendimiento del ciclo completo.



23. Un mol de un gas ideal con C_v constante recorre cuasiestáticamente el ciclo de la figura (ciclo de Joule) formado por dos isóbaras y dos adiabáticas. Se pide:

- Calcular el calor absorbido, el trabajo realizado y las variaciones de energía interna y de entropía, en cada una de las etapas del ciclo.
- Calcular las temperaturas máxima y mínima del ciclo, y decir donde se presentan.
- Demostrar que el rendimiento es

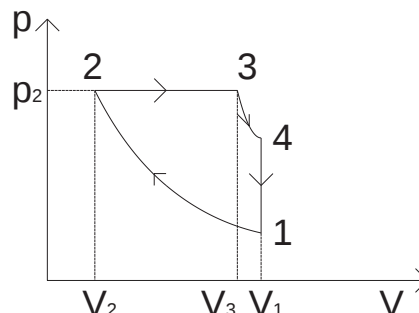
$$\eta = 1 - (P_0/P_1)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$



Expresar los resultados en función de p_0, p_1, V_1, V_2 .

24. Un ciclo Diesel de gas ideal ve donat pel diagrama de la figura. El procés 2-3 és isòbar, els processos 3-4 i 1-2 són adiabàtics quasiestàtics i el procés 4-1 és isòcor.

- Calculeu Q , ΔU , W , ΔS per cada procés i expresseu-los en funció de V_1 , V_2 , V_3 i p_2 .
- Calculeu el rendiment i expresseu-lo en funció dels coeficients $r_e = V_1/V_3$ (raó d'expansió) i $r_c = V_1/V_2$ (raó de compressió).
- Apliqueu l'apartat b) pel cas $r_c = 15$, $r_e = 5$, $\gamma = 1.5$.



25. Un motor que funciona con un gas perfecto opera según un ciclo que, representado en un diagrama $p-V$, es un rectángulo. Sean p_1 y p_2 las presiones inferior y superior y V_1 y V_2 los volúmenes menor y mayor respectivamente.

- Calcular el trabajo realizado en el ciclo.
- Indicar que partes del ciclo implican transferencia de calor al gas y calcular la cantidad de calor transferida en un ciclo.
- Demostrar que el rendimiento vale

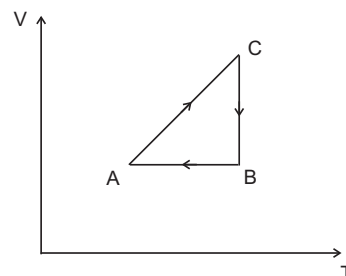
$$\eta = \frac{\gamma - 1}{\gamma \frac{p_2}{p_2 - p_1} + \frac{V_1}{V_2 - V_1}}$$

- Calcular el rendimiento de una máquina de Carnot que opere entre las temperaturas extremas.

26. Un ciclo de Carnot recorrido por un mol de gas ideal trabaja entre las temperaturas de 300 K y 100 K. La presión inicial para la isoterma de 300 K es 1 atm. y la final de 0.5 atm. Calcular el trabajo realizado en este ciclo. Tomar el valor de $\gamma = 1.5$.
27. Sean dos máquinas reversibles de Carnot tales que el manantial a baja temperatura de una sea el de temperatura elevada de la otra. Si en un ciclo la cantidad de calor intercambiada con ese manantial es la misma para cada máquina y ambas proporcionan el mismo trabajo, hallar la relación entre las diferencias de temperaturas con las que trabaja cada máquina.
28. Una nevera que funciona según un ciclo de Carnot reversible recibe del exterior, a la temperatura de 27°C , 10^4 Kcal por hora. Si la temperatura del interior de la nevera tiene que mantenerse a -50°C , ¿cuál tiene que ser la potencia del motor?. Idem en el supuesto que el rendimiento práctico de la nevera sea el 75 % del rendimiento teórico máximo.
29. Se tienen dos máquinas de Carnot. La primera toma calor de una fuente térmica a 400 K y se lo cede a la otra máquina a 300 K. La segunda cede calor a una fuente térmica a una temperatura T inferior. Calcular la temperatura T, sabiendo que las dos máquinas realizan el mismo trabajo.
30. Un refrigerador que funciona según un ciclo de Carnot invertido trabaja entre -3°C y 27°C . Suponiendo que el rendimiento mecánico del aparato es del 80 % y que el motor empleado para el refrigerador es de 2 CV, hallar las calorías por hora sacadas de la fuente fría y las cedidas a la fuente caliente.
- Nota:** 1 CV equivale a 746 w.
31. Una bomba de calor es una máquina frigorífica utilizada para calentar el foco caliente. En ella el rendimiento se define como el cociente entre el calor cedido al foco a alta temperatura y el trabajo realizado, $e = Q/W$.

- a) Calcular el rendimiento suponiendo que la bomba de calor describe un ciclo de Carnot reversible.
- b) Comparar con el rendimiento de una estufa eléctrica que convierte todo el trabajo realizado (W) en calor (Q), e indicar cual de los dos sistemas de calefacción es más rentable.

32. Un mol de gas ideal recorre el ciclo de la figura. Calcular el trabajo total, el rendimiento y la variación de energía interna entre B y C . Datos: C_v , V_A , T_A , T_B , V_C . La recta AC pasa por el origen.



33. Es vol estudiar el millor sistema per escalfar una casa a l'hivern. Es desitja mantenir al interior una temperatura de 20°C , quan a l'exterior la temperatura mitja és de 0°C . S'avaluen les pèrdues de calor a través de les parets i el sostre, es troba que són iguals a 5 kcal/s .

- a) Avaluar el cost mensual (30 dies) d'emprar calefacció elèctrica, sabent que el rendiment d'aquest tipus de calefacció és 1 i que el cost d'un kwh és de 10 ptes.
- b) Avaluar el cost mensual d'emprar una bomba de calor. Suposar que el rendiment pràctic de la bomba de calor és el 40 % del d'una màquina de Carnot.
- c) Si la instal·lació de la bomba de calor costa 700.000 ptes., calcular quants anys són necessaris per amortitzar-la, considerant que la durada mitja de l'hivern és de 3 mesos.

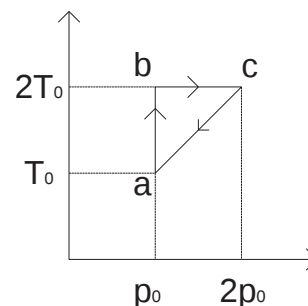
34. Ens proposem produir energia elèctrica construint una central tèrmica que utilitzi energia solar per a subministrar electricitat a una petita ciutat de 11000 habitants. La superfície de captura d'energia és de $1000 \times 80 \text{ m}^2$ i la constant solar de $1,35 \text{ kW m}^{-2}$. El procés té pèrdues i, només s'aprofita un 60 %. La conversió d'energia solar en energia tèrmica produeix aigua a 80°C a partir d'aigua a 70°C

- a) Calcular la potencia tèrmica disponible a la superfície dels $1000 \times 80 \text{ m}^2$ i el cabal d'aigua (en $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$) a 80°C . La font freda és aigua d'un llac molt gran que té una temperatura constant de 8°C . L'aigua a 80°C serveix per a subministrar calor (al refredar-se de 80 a 70°C) a una màquina de Carnot que treballa entre 70°C i els 8°C .
- b) Calcular el rendiment de la màquina de Carnot i la potencia que ens proporciona (en kW).
- c) Els processos reals que tenen lloc a la màquina i als generadors elèctrics fan que la potencia elèctrica disponible sigui, només, d'un 20 %. Si esperem un consum màxim proper als 600 W/persona i una mitja de consum d'uns 200 W/persona ; ¿podem subministrar a la ciutat la potencia (màxima i mitja) que necessita si l'acció del Sol només és efectiva 8h cada dia?

Nota: calor específica $4.18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; densitat 10^3 kg m^{-3}

35. El cicle de la figura és recorregut reversiblement per n mols d'un gas ideal. Es demana:

- a) Dibuixar el cicle en el diagrama $p-V$. Indicar quins processos son isoterms, isòcors, isòbars o adiabàtics.
- b) Calcular el calor absorbit, el treball realitzat i les variacions d'energia interna i entropia en cada procés.
- c) Determinar els punts en els que el volum del sistema és màxim i mínim.

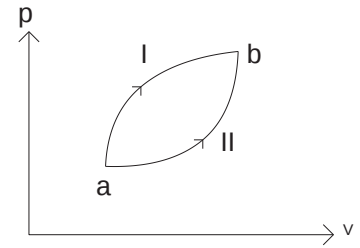


36. Es mesuren les propietats físiques d'un gas ideal i s'observa que la seva calor específica depèn de la temperatura, en la forma $C_v(T) = \frac{T^2}{T^2 + T_0^2} C_0$, sempre que $T \geq T_0$. Així mateix es troba que la seva equació d'estat es $PV = nRT$.

- a) Representeu $C_v(T)$ i expliqueu quin és el seu comportament per temperatures molt elevades ($T \gg T_0$).
 - b) Suposant que $U(T_0) = U_0$, determineu $U(T)$ para $T > T_0$
 - c) Suposant que $S(T_0) = S_0$, determineu $S(T)$ para $T > T_0$, i obtingueu l'equació de les transformacions adiabàtiques reversibles.
37. Para un gas ideal se define $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$. Calcular el máximo valor de γ . Razonar si es posible $\gamma = 1$ y $\gamma = 2$.

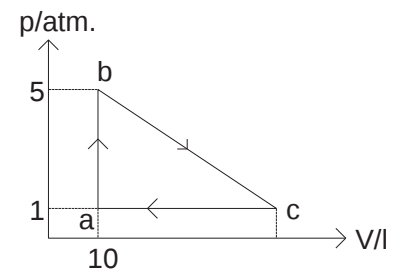
2. Segundo Principio de la Termodinámica

1. Una misma cantidad de un mismo gas realiza dos evoluciones por separado. La evolución I es reversible y la evolución II es irreversible; ambas comienzan en el estado *a* y terminan en el estado *b* tal como indica en la figura. Compárese entre ambas las siguientes magnitudes, con sus signos:



- Trabajo.
- Calor.
- Incremento de energía interna.

2. Un mol de gas perfecto biatómico recorre reversiblemente el ciclo *abc* indicado en el diagrama. En el punto *a* la presión es 1 atm y el volumen 10 litros. En el punto *b* la presión es de 5 atm. La evolución *bc* viene representada por una recta siendo las temperaturas inicial y final iguales. Calcular:

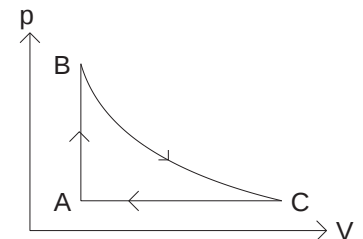


- El trabajo neto realizado en el ciclo.
- El rendimiento.
- La variación de entropía del gas en la evolución *bc*.

3. Una máquina reversible funciona en contacto con tres fuentes térmicas a 400 K, 300 K y 200 K respectivamente. Toma de la fuente más caliente 700 Kcal y realiza un trabajo de 1 Kwh. Calcular:

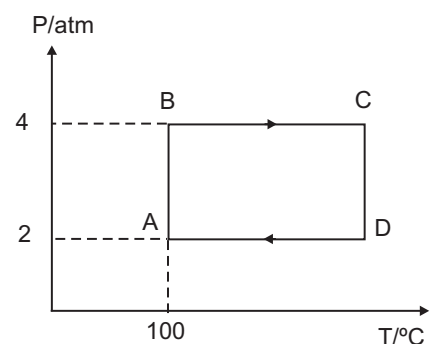
- Calor intercambiado con las otras dos fuentes térmicas.
- Rendimiento.
- Variación de entropía del universo.

4. Sea el ciclo reversible de la figura, donde *AB* es un proceso a volumen constante, *BC* es una isoterma y *CA* una isobara. Corresponde a un mol de gas ideal para el que $C_v = 5R/2$ y $C_p = 7R/2$. En *A* el volumen es V_a y la presión P_a y en *B* la presión P_b . Hallar:



- Las variables de estado en cada uno de los puntos.
- El trabajo realizado en cada rama.
- La variación de energía interna y el calor puesto en juego en cada tramo.
- La variación de entropía en cada rama.

5. Un mol de gas perfecto monoatómico ($C_v = 3/2R$) recorre reversiblemente el ciclo de la figura en el diagrama *P-T*. El volumen correspondiente al estado *A* es el mismo que el correspondiente al estado *C*. Dibujar el ciclo en un diagrama *P-V*. Hallar:



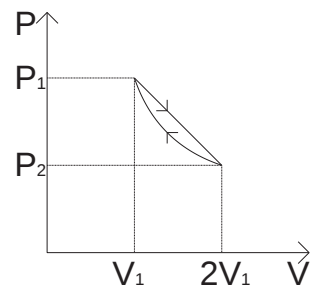
- El incremento de energía interna al pasar de *A* a *C*.
- El incremento de entalpía en el proceso *BC*.
- El calor absorbido por el sistema al pasar de *B* a *D*.
- El incremento de entropía en la evolución *DA*.

6. Hallar el incremento de entropía que sufre un litro de agua al evaporarse a presión atmosférica. Temperatura inicial del agua: 50°C . Calor de vaporización del agua: 540 cal/gramo .
7. En un proceso reversible seguido por una substancia de A a B la variación de entropía de la substancia es ΔS . Si la substancia vuelve de B a A por vía irreversible, su variación de entropía en valor absoluto es ¿mayor, igual o menor?. ¿Por qué?. ¿Ha variado la entropía del universo en el ciclo?. ¿Por qué?.
8. En un calorímetro adiabático se mezcla hielo con agua caliente. ¿Qué le ocurre a la entropía del hielo?. ¿Y a la del sistema?.
9. Un gas que se supone perfecto, tiene en el estado inicial a , una temperatura de 230 K , una presión de 50 N/m^2 y un volumen de 4 m^3 . Evoluciona manteniendo constante su energía interna hasta llegar a un estado b en el que su entropía ha aumentado en 2 J/K . Hallar:

- a) La presión y el volumen en b .
- b) El número de moles de gas.

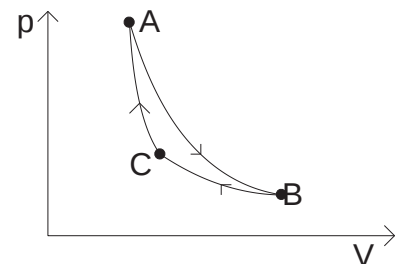
10. Un motor térmico funciona mediante un mol de gas ideal que sigue el ciclo de la figura de forma reversible. El gas parte de un estado inicial (V_1, P_1, T) y se expande siguiendo una recta en el diagrama PV hasta llegar a un estado $(2V_1, P_2, T)$ absorbiendo un calor Q . Después se comprime siguiendo una isoterma, cediendo un calor Q' , hasta recuperar su estado inicial. Calcular:

- a) Los calores Q y Q' y el trabajo W realizado a lo largo de un ciclo.
- b) Rendimiento del motor.
- c) Temperatura máxima alcanzada por el gas en el ciclo.
- d) Diferencia de entropía del sistema entre los estados 1 y 2 y variación de entropía del sistema a lo largo de un ciclo.



11. Un gas ideal recorre el ciclo de la figura, formado por una adiabática entre A y B , una isoterma entre B y C , y una politrópica de ecuación $pV^2 = \text{constante}$ entre C y A . En función de T_A , T_B , V_A y γ , se pide:

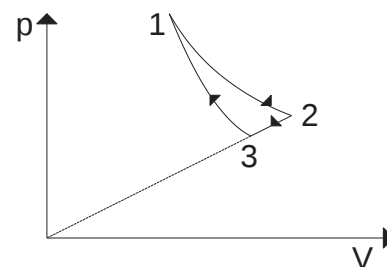
- a) Determinar V_B , p_C , V_C .
- b) Determinar el trabajo efectuado por el sistema y el calor absorbido en cada tramo.
- c) Calcular el rendimiento del ciclo.
- d) Hallar la capacidad calorífica y la variación de entropía del gas sobre la politrópica.



12. El ciclo de la figura és recorregut per n mols d'un gas ideal monoatòmic ($C_v = 3/2R$). $1 \rightarrow 2$ és una isoterma a temperatura T_0 , $2 \rightarrow 3$ és una recta que passa per l'origen i $3 \rightarrow 1$ és una adiabàtica. Es demana:

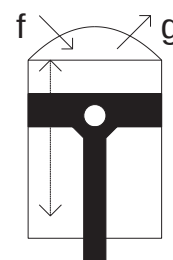
- a) Calculeu el calor Q absorbit pel sistema en l'etapa $1 \rightarrow 2$ i el calor Q' cedit en el procés $2 \rightarrow 3$.
- b) Trobeu el treball W realitzat en un cicle, i demostreu que el rendiment del cicle és

$$\eta = 1 + 2 \frac{(1 - r^{\frac{2\gamma-1}{\gamma+1}})}{\ln r} \quad \text{on} \quad r = V_1/V_2.$$



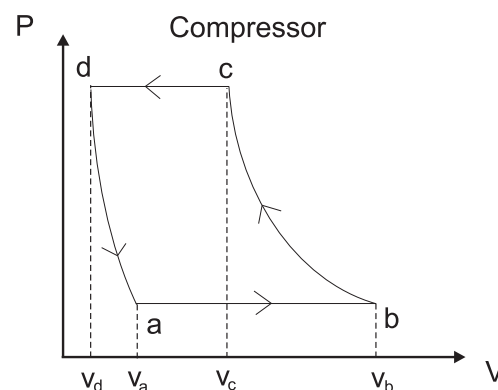
- c) Calculeu la variació d'entropia en el procés $2 \rightarrow 3$.

13. Un compressor de pistó tal com l'esquematzat a la figura comprimeix aire entre les pressions p_0 i p_1 . El compressor disposa d'una vàlvula d'admissió (f) que permet l'entrada d'aire a la cambra del compressor quan la pressió interior es menor o igual que p_0 , i una vàlvula d'expulsió (g) que permet la sortida d'aire de la cambra del compressor quan la pressió interior es més gran o igual que p_1 . A cada oscil·lació del pistó s'efectua un cicle que consta de quatre etapes:



- a) Admissió (el pistó baixa amb la vàlvula f oberta). Quan el volum interior es V_a i la pressió interior és p_0 s'obre la vàlvula f que permet l'entrada d'aire a pressió p_0 fins que el pistó arriba al punt més baix de la seva carrera (on el volum és V_b). El procés es isòbar i isoterm, però el nombre de mols de gas dins la cambra augmenta.
- b) Compensió (el pistó puja amb les vàlvules f i g tancades). Compensió adiabàtica reversible de l'aire contingut a la cambra fins assolir la pressió p_1 i un volum V_c .
- c) Expulsió (el pistó puja amb la vàlvula g oberta). S'expulsa aire de la cambra fins que el pistó assoleix el punt més alt de la carrera (on el volum és V_d). El procés es isòbar i isoterm, però el nombre de mols de gas dins la cambra disminueix.
- d) Expansió (el pistó baixa amb les vàlvules f i g tancades). Expansió adiabàtica reversible de l'aire contingut a la cambra fins assolir la pressió p_0 i el volum inicial volum V_a .

Per estudiar el funcionament del compressor cal considerar el sistema format per l'aire contingut a la cambra al principi més el que entra al procés 1 i el que surt al procés 3. Així un cicle del compressor està reflectit en el diagrame $p - V$ com de la figura. Les dades de que disposem son p_0 , T_0 , p_1 , V_b (cilindrada del compressor) i V_d (volum mort). Es demana:



- a) Calcular la temperatura T_1 a la que surt l'aire del compressor.
- b) Calcular el nombre de mols d'aire que entren i surten del compressor en un cicle, i comprovar si son iguals. Justificar si han s'ésser iguals o diferents.
- c) Calcular el treball necessari per que el compressor efectuï un cicle.
- d) Calcular les variacions d'energia interna de l'aire que entra/surt del compressor en un cicle.
- e) Calcular la variació d'entropia de l'aire i del compressor en un cicle. Calcular la variació d'entropia de l'univers i dir si el procés és reversible o irreversible.
14. Un pot de capacitat calorífica $40 \text{ cal/}^\circ\text{C}$ disposa d'un sistema calefactor elèctric que té un rendiment efectiu del 90 %. La temperatura ambient és de 20°C . Inicialment el pot conté 10 g d'aigua i 40 g

de gel a 0°C . Volem que, escalfant el sistema mitjançant una potència constant, en 20 min tota l'aigua s'hagi convertit en vapor a 100°C . Posteriorment l'aigua es torna a condensar, i el conjunt es refreda fins a la temperatura ambient. Calcular:

- La potència necessària que caldrà subministrar al sistema calefactor.
- El temps necessari per que en el procés d'escalfament el conjunt passi des de la situació inicial fins a la temperatura ambient (instant t_a).
- El canvi d'entropia de l'univers des d'aquest moment (instant t_a) fins a l'estat final.

Dades del aigua: calor específic a pressió constant, 1 cal/g K ; calor de fusió, 80 cal/g ; calor de vaporització, 540 cal/g .

- Voldríem alimentar una petita comunitat de 300 habitants amb l'energia elèctrica que, com a màxim, ens produirien deu sistemes iguals constituïts per una turbina de gas i un generador de corrent elèctric. Per a cada habitant el consum mitjà és de 500 w amb un consum màxim de 1.5 kw. Les zones industrials i comercials tenen un consum global de 3 Mw i una punta de consum de 10 Mw. Ens volem assegurar que disposem de potència suficient i que, a plena potència, encara tinguem una reserva del 10 %.

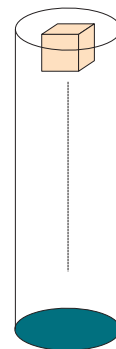
- Calculeu la potència que ha de produir cada sistema turbina-generador per a satisfer el màxim consum.
- Suposant que les turbines es comportem com màquines de Carnot treballant entre 450°C i la temperatura ambient (20°C), calculeu el rendiment teòric de cada màquina i la potència tèrmica total consumida.

Les turbines de gas (idealment) funcionen amb aire ($\gamma = 1.4$) inicialment a la temperatura ambient i a la pressió atmosfèrica (1 atm). Descriuen un cicle format per 2 adiabàtiques i 2 isòbares. La compressió inicial triplica la pressió atmosfèrica i en la isòbara "d'alta pressió" el volum es fa 3 vegades més gran. El rendiment pràctic de tota la instal·lació de turbines i generadors és d'un 30 % del que proporciona una turbina reversible.

- Calculeu el rendiment de la turbina de gas i la potència tèrmica total consumida.

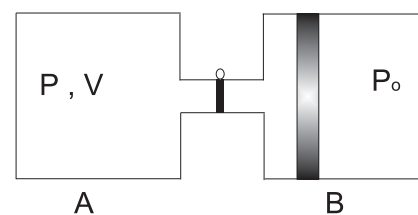
- Es disposa d'un tub vertical, de 2 m d'alçada, hermèticament tancat i aïllat tèrmicament, que conté 2 mols d'un gas ideal de $c_V = 3/2R$. A la part superior del tub hi ha un bloc de metall de massa $M=1 \text{ kg}$ i calor específica $c=0.05 \text{ cal/g}$. Tot el conjunt es troba en equilibri tèrmic a una temperatura de 0°C . S'allibera la massa M i es permet que caigui fins la base del tub sota l'acció de la gravetat.

- Determineu la temperatura final del sistema.
- Determineu la variació d'energia interna del gas i del cos.
- Determineu la variació d'entropia del gas, del cos i de l'Univers.



- Un recipient metàl·lic A de parets primes i volum $V = 10 \text{ l}$ conté un mol d'un gas perfecte monoatòmic ($C_p = 5R/2$). Al seu entorn la temperatura és de 300 K i la pressió és l'atmosfèrica, p_0 . Una clau de pas separa el recipient A del B , on inicialment no hi ha gas, separat de l'exterior per un pistó mòvil. Obrim lleugerament la clau de pas de forma que el gas de A s'expandeixi lentament (noteu que el procés és irreversible) al recipient B , bellugant el pistó, fins a assolir l'equilibri.

- a) Calculeu la pressió en A abans d'obrir la clau.
- b) Calculeu el treball realitzat a l'expansió, la calor absorbida pel gas i la variació de energia interna U .
- c) Determineu el volum final de gas al recipient B .
- d) Calculeu la variació d'entropia del gas, de l'entorn i de l'univers.



18. Un recinte cilíndric de 20 l de capacitat i parets adiabàtiques està dividit en dues parts iguals per una paret diaterma, fixada mitjançant suports que impedeixen el seu desplaçament. En un costat col·loquem 0.5 mols d'un gas ideal monoatòmic a 200 K; a l'altre costat es col·loquen 0.75 mols d'un gas diatòmic a 300 K. A continuació es retiren els suports i la paret que separa els dos compartiments es desplaça lliurement fins que s'assoleix l'equilibri entre els dos gassos. Calculeu:

- a) L'estat final (P, V, T) de cada gas.
- b) La variació d'energia interna i entropia de cada gas i del sistema complet, i la variació d'entropia de l'univers.
- c) El treball mecànic que s'obté si cadascun dels gassos independentment efectua un procés format per una isòbara i una isòcora que el porta des de l'estat inicial fins a l'estat final determinat a l'apartat a.

19. Un mol de gas ideal recorre el ciclo de la figura 1, donde el tramo $1 \rightarrow 2$ es una isoterma, el $2 \rightarrow 3$ una isobara y el $3 \rightarrow 1$ una isocora. El gas toma todo el calor de una fuente térmica, A, cuya temperatura es igual a la máxima alcanzada por el gas en el ciclo, T_a . El gas cede todo el calor a una fuente B, cuya temperatura es igual a la mínima alcanzada por el gas en el ciclo, T_b . Los datos del problema son: la presión mínima, p , alcanzada por el gas; el volumen mínimo, v ; la relación α entre el volumen máximo y el mínimo; C_v y la constante γ . Expresar en función de estos datos:

- a) T_A, T_b .
- b) El calor absorbido, trabajo realizado y variación de energía interna en cada tramo del ciclo.
- c) El rendimiento del ciclo.
- d) La variación de entropía del sistema en cada tramo del ciclo.
- e) Demostrar que la variación de entropía del universo en un ciclo viene dada por la expresión $\Delta S = C_v (\alpha + 1/\alpha - 2) + R (1/\alpha + \ln \alpha - 1)$ y es siempre positiva.

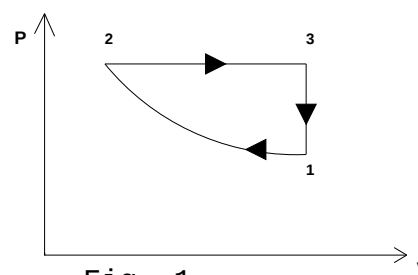
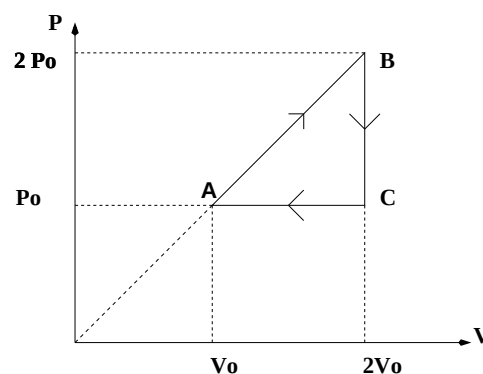


Fig. 1

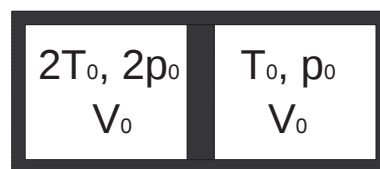
20. Un mol de gas ideal recorre el ciclo de la figura 1. El sistema toma calor de una fuente térmica, a temperatura constante e igual a la máxima alcanzada por el gas, y lo cede a otra fuente térmica, a temperatura constante e igual a la mínima alcanzada por el gas. Los datos del problema son: la presión mínima, p_0 , alcanzada por el gas; el volumen mínimo, V_0 ; C_v y la constante R . Expresar en función de estos datos:

- a) La temperatura máxima, razonar el resultado
- b) La temperatura mínima, razonar el resultado.
- c) Calor absorbido por el gas y tramos en los que se absorbe.
- d) Calor cedido por el gas y tramos en que se cede.
- e) Trabajo realizado por el gas en un ciclo.
- f) Rendimiento del ciclo.
- g) Variación de entropía del sistema, cada una de las fuentes térmicas y del universo en un ciclo.
- h) Calor específico molar del gas para el tramo $A \rightarrow B$.



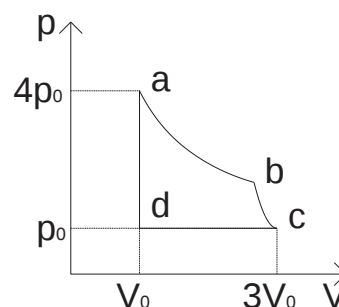
- i) Variación de entalpía del gas en el tramo $A \rightarrow B$.

21. Un cilindro con paredes adiabáticas contiene dos cavidades separadas por un émbolo móvil. Cada una de ellas tiene inicialmente un volumen idéntico V_0 y contiene un mol de gas ideal a temperatura y presión T_0, p_0 y $2T_0, 2p_0$ respectivamente.



- a) Supóngase que el pistón es diatermo. Se deja evolucionar el sistema a partir del estado inicial manteniendo el pistón fijo en la posición inicial. Calcular la temperatura y presión finales y la variación de entropía de cada parte.
 - b) Supóngase que el pistón es adiabático y se deja evolucionar libremente el sistema a partir del estado inicial (permitiendo que se mueva el pistón), observándose que en el estado final el volumen ocupado por el gas de la izquierda es $6/5V_0$. Calcular la temperatura y presión finales y la variación de entropía de cada parte.
22. Un mol de gas ideal recorre reversiblemente el ciclo de la figura, formado por una isoterma $a \rightarrow b$, una adiabática $b \rightarrow c$, una isobara $c \rightarrow d$ y una isocora $d \rightarrow a$. Se pide:

- a) Calcular el calor y el trabajo intercambiados así como las variaciones de energía interna y la entropía en las cuatro etapas del ciclo.
- b) Suponiendo que el calor absorbido en las etapas $d \rightarrow a$ y $a \rightarrow b$ es suministrado por la combustión del combustible, calcular el rendimiento del motor.

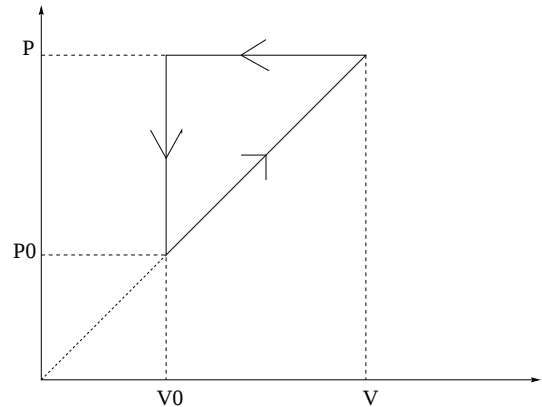


Nota: Considerar el caso $\gamma = 3/2$. Expresar todos los resultados en función de la temperatura T_0 del estado d y de su volumen V_0 .

23. Se pretende construir una nevera, que use un ciclo como el de la figura, recorrido por un mol de gas ideal. La temperatura interior de la nevera es T_0 y la temperatura exterior $4T_0$, temperaturas

mínima y máxima alcanzadas por el ciclo respectivamente. El ciclo debe tomar todo el calor del interior y cederlo al exterior. Datos: P_0 , V_0 , T_0 .

- Calcular el calor absorbido por el ciclo.
- Calcular el calor cedido por el ciclo.
- Calcular la variación de entropía del universo, considerando el interior y el exterior como fuentes térmicas, y a partir del resultado analizar la posibilidad de la nevera.

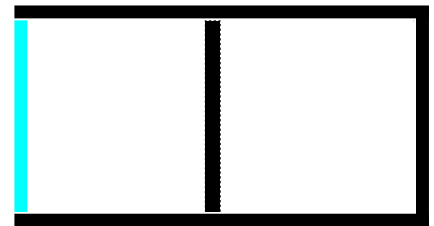


24. Un cilindro tiene la pared lateral y la base derecha que son aislantes térmicos. La base izquierda tiene una resistencia térmica elevada, que permite el paso muy lento de calor. El interior está dividido en dos partes mediante un émbolo no conductor del calor, que se puede mover libremente. En cada parte hay un mol de un gas ideal, cuya γ se conoce. Inicialmente la presión a ambos lados es p_0 y el volumen V_0 . A través de la pared de la izquierda va entrando calor lentamente al gas de la izquierda procedente de una fuente térmica a una temperatura mayor. Se pide :

- La ecuación $p = f(V)$ de la evolución del gas de la izquierda.

Cuando el volumen de la derecha se ha reducido a la mitad, se pide:

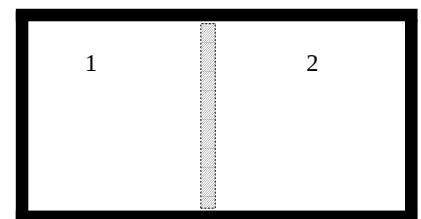
- El estado de ambos gases p, V, T .
- Calor absorbido por el gas de la izquierda.
- Trabajo dado por el gas de la izquierda al de la derecha.
- El aumento de energía interna de ambos gases
- El aumento de entropía de ambos gases.



- El aumento de entropía del universo, sabiendo que la temperatura de la fuente es el doble que la alcanzada por el gas de la izquierda.
- El calor específico del gas de la izquierda.

25. Se tiene un recipiente cilíndrico de paredes adiabáticas dividido inicialmente en dos partes iguales por un tabique móvil adiabático, como se puede ver en la figura. En ambos lados hay n moles del mismo gas ideal monoatómico. El de la izquierda está inicialmente a una presión P_1 y una temperatura T_1 . El de la derecha está inicialmente a una presión P_2 y una temperatura T_2 . Se verifica que $T_1 = 3T_2$. Se deja evolucionar el sistema y el tabique se mueve hasta alcanzar el equilibrio, entonces el gas de la izquierda ocupa un volumen $V_{1f} = 5V/4$.

- Determinar las condiciones de equilibrio de cada gas: presión y temperatura en el equilibrio. Expresar los resultados en función de P_2, V y T_2 .
- Calcular la variación de energía interna de cada gas, el trabajo realizado por cada uno de ellos y la variación de entropía del universo.

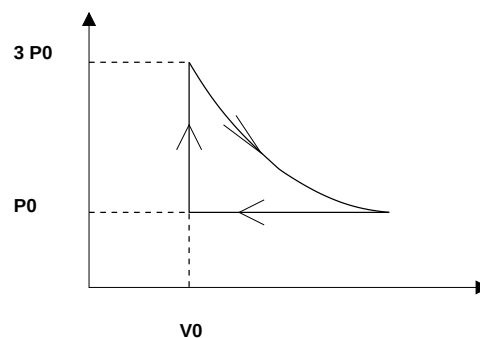


- Una vez alcanzado el equilibrio se elimina el tabique. Calcular las nuevas condiciones de equilibrio. Calcular la variación de entropía del universo en este proceso.

26. El ciclo de la figura, cuyo tramo curvo es una isoterma, está descrito por n moles de un gas ideal. El sistema toma calor de una fuente, a temperatura igual a la máxima del ciclo, y cede calor a otra

fuentes, cuya temperatura es igual a la mínima del ciclo.

- a) Calcular el calor absorbido por el sistema.
- b) Calcular el calor cedido por el sistema.
- c) Calcular el rendimiento del ciclo.
- d) Calcular la variación de entropía del universo por ciclo completo.

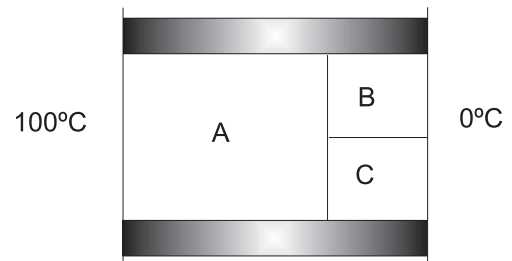


27. Un mol de gas ideal describe un proceso cuasiestático, cuya ecuación es $V = a + bT$, siendo a, b constantes y T la temperatura absoluta. La temperatura del gas pasa de T_1 a $T_2 > T_1$. Calcular:
- a) El trabajo realizado por el gas.
 - b) El calor absorbido por el gas.
 - c) El aumento de entropía del gas.
 - d) El aumento de entropía del universo. Se supone que todo el calor lo absorbe de una fuente térmica, a una temperatura constante $2T_2$.
 - e) Calcular el calor específico molar del gas para cualquier punto de este proceso.

3. Trasmisión de calor

- Una pared de 6×3 m se compone de dos planchas de materiales distintos de espesores 4 y 8 cm y conductividades térmicas de 10^{-2} y 2×10^{-2} cal/s cm $^{\circ}\text{C}$ respectivamente. Las superficies externas se mantienen a 80°C y 10°C respectivamente. Calcular la temperatura de la superficie común y el flujo de calor.
- Una tubería de 4 cm de diámetro transporta vapor de agua a una temperatura de 120°C . Se recubre la tubería con un material aislante del calor, de 5 cm de espesor, que tiene una conductividad térmica de 0,0001 cal/s cm $^{\circ}\text{C}$. Se mide la temperatura en el exterior del aislante y resulta ser de 40°C . ¿Cuál es el flujo calorífico radial por cm de longitud de la tubería?. ¿Qué valor tiene el gradiente de temperatura en el material aislante cerca de la tubería?.
- Un horno de paredes esféricas de radios interior $a = 2$ m y exterior $b = 4$ m está hecho de cemento cuya conductividad térmica es de 0.0007 cal/s cm $^{\circ}\text{C}$. Si la temperatura en el interior es $T_i = 500^{\circ}\text{C}$ y en el exterior es de $T_e = 20^{\circ}\text{C}$, determinar las calorías que escapan al exterior en un día. Determinar también la distribución de temperatura en función del radio en el interior de las paredes.

- Se tienen tres bloques de resistencias térmicas $A = 0.4$ K s/cal, $B = 1$ K s/cal, $C = 0.5$ K s/cal situados como indica la figura. Si no existen pérdidas laterales de calor, calcular el flujo de calor que pasa a través del conjunto, el % de calor que pasa por B y por C respectivamente y la temperatura de la superficie de contacto entre A y BC .



- Una habitación de $9 \times 3 \times 3$ m está rodeada por otras tres habitaciones (a una temperatura de 10°C) y tiene una pared (3×9 m) y el techo en contacto con el exterior (a 0°C). Sabiendo que una estufa de 3000 w mantiene la habitación a 20°C , hallar la conductividad térmica media de las paredes. El espesor de las paredes interiores es de 10 cm y el de las paredes exteriores y el techo es de 15 cm. Suponer el suelo completamente aislante.
- Una cámara frigorífica tiene dimensiones $a=1\text{m}$, $b=2\text{m}$, $c=1\text{m}$ y sus paredes tienen un grosor de 5 cm y una conductividad térmica $k = 0.04$ w/m K. La temperatura interior es de -2°C y la exterior de 20°C . Se pide:
 - Calcular la cantidad de calor que atraviesa las paredes de la cámara por conducción en una hora, suponiendo que las temperaturas interior y exterior no varían. (Despreciar los efectos de las aristas).
 - Calcular la potencia de una máquina de Carnot reversible frigorífica que mantenga constante la temperatura de la cámara funcionando ininterrumpidamente.
- La base de una caldera de cobre tiene un espesor de 2 mm y una superficie de 300 cm^2 . En su interior hierve agua a 100°C y la cara exterior de la base está a 150°C .
 - ¿Cuánto calor pasa por minuto a través de la base?.
 - ¿Cuál sería la máxima cantidad de agua que se podría vaporizar con este calor?.

Nota: Conductividad calorífica del cobre: $0,9 \frac{\text{cal}}{\text{cm s } ^{\circ}\text{C}}$.

- Una pared consta de tres capas de 3 cm de espesor cada una de ellas y conductibilidades térmicas 0.01, 0.02 y $0.04 \frac{\text{cal}}{\text{cm s } ^{\circ}\text{C}}$, respectivamente. Calcular la conductibilidad de una sola capa de material de 3 cm de espesor que transmita el mismo flujo calorífico para la misma diferencia de temperaturas.

9. Una larga varilla, aislada para evitar pérdidas de calor, tiene uno de sus extremos sumergidos en agua hirviendo (a la presión atmosférica) y el otro en una mezcla de agua y hielo. La varilla consta de 100 cm de cobre (con un extremo en el vapor) y de una longitud L_2 de acero (con un extremo en el hielo). Los dos trozos tienen la misma sección de 5 cm^2 . La temperatura de la unión cobre-acero es de 60°C una vez establecido el estado estacionario.

- a) ¿Cuántas calorías por segundo pasan del baño de vapor a la mezcla de agua y hielo?
b) ¿Cuál es el valor en centímetros de L_2 ?.

Datos: $k_{\text{cobre}} = 0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s cm } ^\circ\text{C}}$; $k_{\text{acero}} = 0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s cm } ^\circ\text{C}}$.

10. Una barra de 2 m de longitud está formada por un núcleo macizo de acero de 1 cm de diámetro rodeado de una envoltura de cobre cuyo diámetro exterior es de 2 cm. La superficie exterior de la barra está aislada térmicamente; uno de los extremos se mantiene a 100°C y el otro a 0°C .

- a) Hállese la corriente calorífica total en la barra una vez alcanzado el estacionario.
b) ¿Qué fracción es transportada por cada sustancia?.

$k_{\text{cobre}} = 0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s cm } ^\circ\text{C}}$; $k_{\text{acero}} = 0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s cm } ^\circ\text{C}}$.

11. Un recipiente de plástico resistente a las bajas temperaturas ($K_1 = 2.5 \times 10^{-4} \text{ cal/s cm K}$) tiene forma cilíndrica, siendo sus radios interior y exterior R_1 y R_2 . Si lo recubrimos de un material aislante ($K_2 = 1.7 \times 10^{-4} \text{ cal/s cm K}$) hasta alcanzar un radio exterior R_3 , hallar la relación R_3/R_2 necesaria para reducir las pérdidas de calor en un 10 %. Suponer que la temperatura ambiente es de 20°C y el líquido contenido en el recipiente se encuentra a 10K.
12. La capa de hielo en la superficie de un lago tiene 2 cm de espesor cuando la superficie superior del hielo está a -15°C y la temperatura del agua inmediatamente debajo del hielo es de 0°C . ¿A qué velocidad aumenta el espesor del hielo?. Calor de fusión del agua, 80 cal/g; densidad del hielo, 0.91 g/cm^3 ; conductividad calorífica del hielo, 0.005 cal/cm s K .
13. Con tres varillas soldadas de cobre, latón y acero se forma un perfil en Y. La sección de cada varilla es de 2 cm^2 y su longitud 50 cm. El extremo de la varilla de cobre se mantiene a 100°C en tanto que los de la varilla de latón y de acero se mantienen a 0° .

- a) Calcular la corriente calorífica total de la barra.
b) ¿Qué fracción es transportada por cada sustancia?.

Conductividades térmicas en kcal/m s K : cobre 0.092; latón 0.026; acero 0.012.

14. En una vivienda se desea disminuir las pérdidas de calor a través de las ventanas. Para ello se cambia cada cristal de 0,4 cm de espesor por un conjunto de dos cristales iguales de 0,8 cm de espesor separados por 0,8 cm de aire. Hallar en qué porcentaje se han reducido las pérdidas de calor en función de las conductividades térmicas que entran en juego.

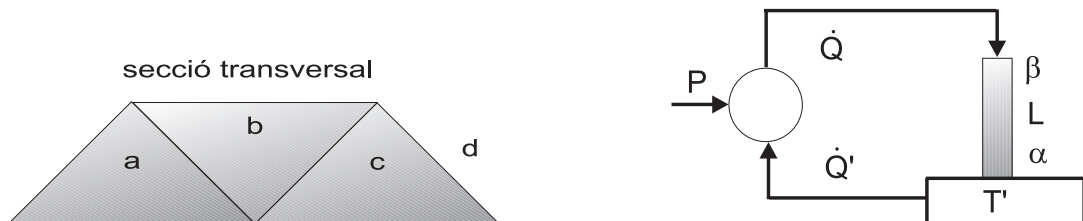
Datos: $k_{\text{cristal}} = 0,0026 \frac{\text{cal}}{\text{m s K}}$ y $k_{\text{aire}} = 5,7 \times 10^{-5} \frac{\text{cal}}{\text{cm s K}}$.

15. Una barra de secció trapezoïdal està composta per tres barres de secció triangular -triangles equilàters-, de materials diferents (a , b i c) tal com mostra la figura. La longitud de la barra és L , el costat de cada triangle és d i les conductivitats tèrmiques dels materials són k_a , k_b i k_c .

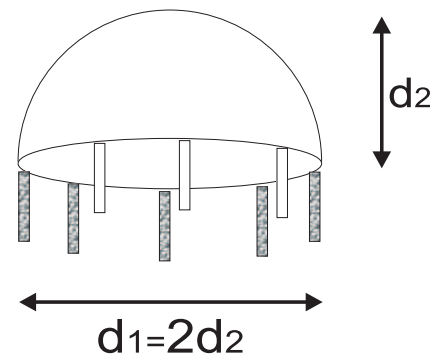
- a) Calcular la resistència tèrmica equivalent de la barra trapezoïdal.

Una màquina de Carnot treballa entre els dos extrems de la barra, que anomenarem α i β . L'extrem α està en contacte amb una font tèrmica, i per tant es manté a temperatura constant T' . La màquina funciona com a màquina frigorífica, absorbint un calor $\dot{Q}'$ per unitat de temps de l'extrem α , cedint un calor $\dot{Q}$ per unitat de temps a l'extrem β i consumint una potència P . El calor $\dot{Q}$ es transmet a través de la barra per conducció des de l'extrem β a l'extrem α . Tot el procés està esquematitzat a la figura.

- b) Calcular la temperatura T a la que arribarà l'extrem β . El Sistema complert (barra + màquina de Carnot) és un sistema que només intercanvia calor amb la font tèrmica a temperatura T' . Comprovar si s'acompleix el segon principi de la Termodinàmica.



16. Volem construir un refugi en forma de cúpula semiesfèrica a l'Antàrtida i la previsió de la temperatura ambient es de -60°C . L'alçada de la cúpula (d_2) es de 5 m i el diàmetre de la base (d_1) es de 10 m. Això permet dissenyar 2 plantes de treball a l'interior i, amb els instruments i l'equipament, lloc per a 10 persones. En estat estacionari, l'equipament per persona dissipa 50 W i cada persona uns 100 W i ens interessa que la temperatura interior sigui de 20°C . Per evitar problemes en la base gelada, el refugi s'aguanta sobre pilots. Les parets (i el terra) estan formades per una capa externa de 20 cm de formigó amb estructura de ferro de conductivitat tèrmica mitjana $0.20 \text{ W}/(\text{m K})$ i una capa interna de 10 cm d'aïllant plàstic de $0.05 \text{ W}/(\text{m K})$. Determinar:



- La potència tèrmica que cal dissipar a l'interior per que, amb tothom treballant, la temperatura es mantingui a 20°C .
- La potència elèctrica del motor d'una màquina de Carnot que, funcionant com a bomba de calor serveixi per a mantenir la temperatura interior en les mateixes condicions del cas anterior. Calcular-ho, també, si la màquina tingues una eficiència pràctica del 40 % de l'eficiència teòrica.
- En el cas de l'Antàrtida, els generadors elèctrics funcionen amb fuel utilitzant un cicle reversible de Diesel que té un rendiment del 50 %. Es convenient utilitzar una màquina de Carnot en aquestes condicions?. Explicar-ho.
- Un problema a les conduccions de fuel atura tots els sistemes i el personal abandona el refugi semiesfèric. La capacitat calorífica global de l'interior es, aproximadament, de $4.18 \times 10^7 \text{ J/K}$. Determinar el temps disponible per arreglar el problema si els instruments s'avarien definitivament per sota dels -20°C .

Nota: Suposar que la superfície interior es pràcticament igual a la superfície exterior.

17. Volem mantenir un habitatge en ple hivern a una temperatura interior $T_{\text{int}} = 20^{\circ}\text{C}$ si la temperatura exterior és $T_{\text{ext}} = -40^{\circ}\text{C}$. El volum útil de l'habitatge està determinat per la llargada interior $l_1 = 20 \text{ m}$, amplada interior $l_2 = 10 \text{ m}$ i alçada $l_3 = 3 \text{ m}$. Podem suposar que es perd calor per totes les superfícies excepte per la base i que els efectes dels angles no són importants. La superfície exterior és d'acer de gruix $x_a = 5 \text{ mm}$, de conductivitat tèrmica $k_a = 16 \text{ W}/(\text{m K})$. Per aïllar s'ha col·locat una capa interior de llana mineral de gruix $\Delta X_{lm} = 20 \text{ cm}$ i conductivitat tèrmica $k_{lm} = 0.042 \text{ W}/(\text{m K})$.

L'habitable consta de dos sistemes de calefacció independents. El primer és una màquina de Carnot operant reversiblement entre les temperatures interior i exterior que només arriba a mantenir la temperatura interior constant treballant al límit de les seves possibilitats. El segon, preparat per si la temperatura exterior baixa per sota de -40°C , és una caldera de combustió de gasoli. La temperatura de combustió es $T_{\text{comb}}=1200^{\circ}\text{C}$.

- Calculeu la resistència tèrmica equivalent de l'habitable i la potència que cal subministrar a la màquina de Carnot en les condicions indicades.
- El procés anterior augmenta l'entropia de l'Univers? Expliqueu-ho i, en cas afirmatiu, calculeu l'augment en un dia de funcionament.
- Una ona de fred fa quela temperatura exterior baixi fins a $t_{\text{ext}} = -60^{\circ}\text{C}$. La màquina de Carnot treballa ara entre les temperatures interior i exterior consumint la mateixa potència que en condicions normals, i la caldera subministra la resta de la calor necessària per mantenir constant t_{int} . Quina potència calefactora subministra ara la caldera?. Que li passa ara a l'entropia de l'Univers.

18. La figura 2 representa un edifici cilíndric de radio exterior $r_e = 2r_i$ y altura $h = 4r_i$. El edificio tiene un patio interior descubierto, que es un cilindro concéntrico de radio r_i . La fachada del edificio está formada por cristal gris, el espesor del cristal es d_1 y su conductividad térmica k_1 . La pared que da al patio interior está formada por una capa de cemento de espesor $d_2 = 2d_1$ y conductividad térmica $k_2 = k_1/\alpha$, recubierta por el mismo cristal usado en la fachada. El techo del edificio está formado por una capa del cemento citado antes, de espesor d_2 , que se ha recubierto de una capa de riego asfáltico impermeabilizante de espesor $d_4 = d_1/10$ y conductividad térmica $k_4 = k_1/10$. Todos los espesores son mucho menores que los radios y la altura, por esta razón la altura se puede considerar h , las superficies laterales vinculadas al patio interior $2\pi r_i h$ y las vinculadas a la fachada $2\pi h r_e$. Los datos del problema son r_i , d_1 y k_1 y todos los resultados se deben expresar en función de estos datos.

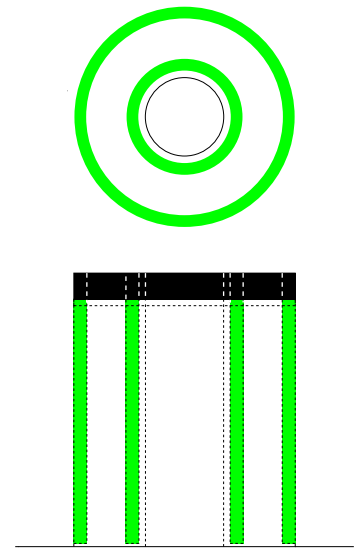
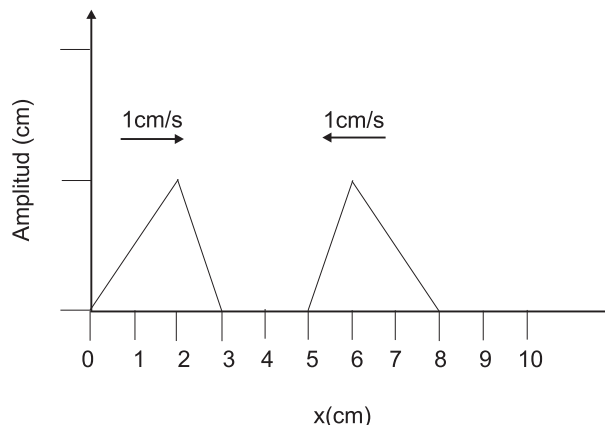


Fig. 2

- Valor de α para que la resistencia térmica del techo sea diez veces la resistencia térmica global de todas las paredes laterales.
 - ¿Para qué valor de α es el techo totalmente aislante térmico?. ¿Cuánto vale la resistencia térmica de las paredes laterales en este caso?. Interpretar este último resultado.
 - Las temperatura máxima y mínima del exterior son respectivamente 37°C y 7°C y se desea mantener el interior a una temperatura constante de 27°C . Calcular en función de los datos la potencia máxima que debe tener el motor de un acondicionador, que describe un ciclo de Carnot reversible, para que pueda calentar en invierno y refrigerar en verano.
19. La resistencia térmica de una casa unifamiliar es R . La temperatura interior debe ser T_i K y mantenerse constante. La temperatura exterior es T_e K, con $T_i > T_e$. Se duda entre quemar leña en la chimenea y usar una bomba térmica, que funcione según un ciclo de Carnot reversible, entre las temperaturas interior y exterior.
- Demostrar que empleando la bomba reversible de Carnot, se consume menos energía que quemando leña. Calcular la energía consumida en ambos casos.
 - Si la temperatura de la llama es $T_{ll} = 2T_i$, demostrar que el aumento de entropía del universo es mayor quemando leña.

4. Ondas

1. La figura mostra dues pulsacions d'ona en una corda tensa, començant en $t=0$. Les pulsacions es mouen en sentits oposats cadascuna d'elles amb una velocitat d'1 cm/s. Dibuixar la forma de la corda per a $t=1$ s, $t=1.5$ s, $t=2$ s, $t=2.5$ s, $t=3$ s i $t=4$ s.



2. En el plano $x - y$ se tienen dos ondas. Inicialmente están dadas por las ecuaciones:

$$\varphi_1(x, 0) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ A, & 0 \leq x \leq x_0 \\ 0, & x_0 < x \end{cases} \quad y \quad \varphi_2(x, 0) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ \frac{A}{2}(x - x_1), & x_1 \leq x \leq \frac{x_1 + x_2}{2} \\ -\frac{A}{2}(x - x_2), & \frac{x_1 + x_2}{2} \leq x \leq x_2 \\ 0, & x_2 < x. \end{cases}$$

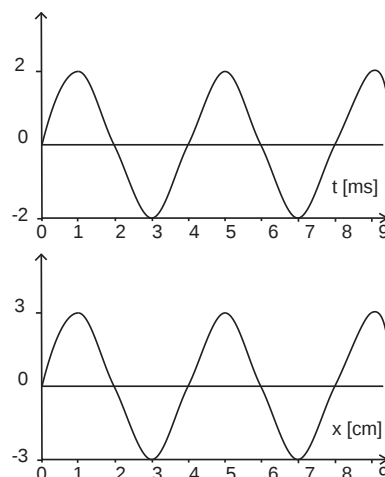
La onda representada por $\varphi_1(x, t)$ se propaga hacia la derecha con una velocidad c . La onda representada por $\varphi_2(x, t)$ se propaga hacia la izquierda con una velocidad c .

- Representar gráficamente las ondas iniciales.
- Encontrar el conjunto de ecuaciones que representan la posición de ambas ondas en función del tiempo.
- Indicar donde y cuando empiezan a superponerse dichas ondas.
- Indicar donde y cuando acaban de superponerse dichas ondas.
- Representar dichas ondas para el tiempo promedio de los dos apartados anteriores.
- Razonar los valores posibles de los periodos y las longitudes de onda de las ondas dadas.

Nota. Los valores de los datos son: $x_0 = 2$ cm, $x_1 = 4$ cm, $x_2 = 8$ cm, $A = 5$ cm y $c = 1$ cm/s..

3. Les gràfiques adjuntes mostren les periodicitats temporal i espacial respectivament, d'una ona progressiva harmònica.

- Indicar el valor de la seva freqüència angular, el valor del seu nombre d'ona k , i el valor de la seva velocitat de propagació v .
- Les escales utilitzades en els eixos d'ordenades són arbitràries. És la mateixa escala en ambdues gràfiques?
- Escriure la funció d'ona.



4. La funció d'ona corresponent a una ona harmònica en una corda és: $y(x, t) = 0,001 \sin(62,8x + 314t)$ tenint y i x en metres i t en segons.
 - a) En quina direcció es mou aquesta ona i quina és la seva velocitat?
 - b) Trobar la longitud d'ona, la freqüència i el període d'aquesta ona.
 - c) Quin és el desplaçament màxim d'un segment qualsevol de la corda i la seva velocitat transversal màxima?
5. Una corda de piano d'acer té 0.7 m de longitud i una massa de 5 g. Tensem la corda mitjançant una força de 500 N.
 - a) Determinar la velocitat de las ones transversals en el fil.
 - b) Trobar la massa d'un fil de coure enrotllat al voltant del cable necessària per a reduir la velocitat de l'ona a la meitat.
6. Una corda de 20 m de massa 0.06 Kg està sotmesa a una tensió de 50 N. Es mouen al llarg de la corda d'esquerra a dreta unes ones de freqüència 200 Hz i amplitud 1 cm.
 - a) Determinar l'energia total de les ones a la corda.
 - b) Trobar la potència transmesa que passa per un punt determinat de la corda.
7. Un oscil·lador produeix ones harmòniques a una corda. L'oscil·lador vibra a 3 Hz i la longitud d'ona de les vibracions és de $\lambda = 0,14m$. La tensió a la corda és de 25 N, l'amplitud de l'ona és de 12 mm i es propaga en la direcció $+x$.
 - a) Determinar l'equació d'ona $y(x,t)$, suposant $y(0,0)=0$, i que la velocitat transversal d'aquest punt de la corda és positiva en aquest instant.
 - b) Trobar la potència transmesa per la corda.
8. Un oscilador produce ondas armónicas en una cuerda. Se observa que el oscilador completa 90 vibraciones en 30 s y que la onda viaja como máximo 420 cm en 10 s. La tensión en la cuerda es 25 N; la amplitud de la onda 12 mm , y se propaga en la dirección $+x$. Para esta onda:
 - a) Determinar: frecuencia angular, velocidad de fase, longitud de onda.
 - b) Escribir la ecuación de onda, $Y_1(x, t)$ suponiendo $y(x, 0) = 0$ en el punto $x=7.0$ cm.
 - c) Calcular la máxima velocidad transversal de un punto de la cuerda.
 - d) Calcular la velocidad transversal del punto de la cuerda situado en $x = 7,0cm$ en el instante $t = 0,1s$.
 - e) La potencia suministrada por el oscilador y transmitida a la cuerda.
 - f) ¿Debería cambiar la potencia calculada si, manteniendo constante la tensión en la cuerda, se duplica la amplitud y la frecuencia se reduce a la mitad?
9. Una ona de pressió es propaga en un tub de gas de densitat $\rho = 1.295 \text{ kg/m}^3$ produint-se un desplaçament longitudinal: $s(x, t) = 0,005 \sin(720t - 2,0x)$ (x i s en metres i t en segons).
 - a) Calcular el mòdul de compressibilitat B .
 - b) Escriure la funció d'ona corresponent a la fluctuació de pressió $p'(x,t)$.
 - c) Si es considera el gas com ideal i de pes atòmic $M=29 \text{ g/mol}$, calcular la temperatura d'aquest, suposant que el procés és isotèrmic. Determinar el valor de la pressió en l'equilibri.
10. Quin és el nivell d'intensitat en decibels corresponent a una ona sonora d'intensitat 10^{-10} W/m^2 ?. I una ona d'intensitat 10^{-2} W/m^2 ?. Quina fracció de potència acústica d'un soroll haurà d'eliminar-se per a disminuir el seu nivell d'intensitat sonora de 90 a 70 dB? (Dada: Llindar d'audició $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.)

11. Una ona sonora plana té una amplitud de 10^{-8} m i una freqüència de 500 Hz.

- Determinar la funció d'ona de desplaçament.
- Determinar la funció d'ona d'excés de pressió.
- Representar gràficament ambdues funcions d'ona en $t=0$ i comparar-les.
- Calcular la intensitat i el nivell d'intensitat de l'ona, agafant com a referència el llindar d'audició $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Dades: densitat de l'aire, 1.29 Kg/m^3 ; velocitat del so, 331 m/s .

12. Un altaveu situat en un medi homogeni i isòtrop $\rho_1 = 1,3 \text{ Kg/m}^3$ i mòdul de compressibilitat $B_1 = 10^5 \text{ Pa}$, emet ones acústiques de 400 Hz de freqüència. La intensitat de les ones en un punt M situat a 100 m de distància de l'altaveu és de 10^{-4} W/m^2 .

- Determinar la velocitat de fase, el període i la longitud d'ona de les ones.
- L'amplitud del desplaçament s_0 , l'amplitud de la pressió P_0 i la fase relativa entre ambdues magnituds en el punt M .
- La intensitat de l'ona en punt situat a 200 m de l'origen.

Si l'ona anterior d'amplitud $s_0 = 2,96 \times 10^{-7} \text{ m}$, incideix en segon medi de densitat $\rho_2 = 1,2 \text{ kg/m}^3$ i $B_2 = B_1$:

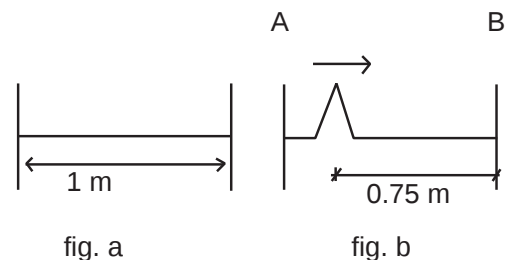
- Determinar els coeficients de transmissió i de reflexió de l'energia.
- Determinar el coeficient de reflexió de l'amplitud.

13. En una columna de gas es genera una ona harmònica plana d'equació $s(x, t) = 4 \times 10^{-7} \sin 3\pi(340t - x)$ on x i s s'expressen en metres i t en segons. En $x = 0$ l'ona incideix sobre un segon medi que té el mateix mòdul de compressibilitat però de densitat major de tal manera que la intensitat de l'ona transmesa és $3/4$ de la incident.

- Si la densitat en el primer medi és $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, determinar la intensitat de l'ona incident. Expressar-la en W/m^2 i en decibels.
- Calcular la relació d'impedàncies Z_2/Z_1 .
- Determinar les funcions d'ona $s(x, t)$ reflectida i transmesa.

14. Un filferro de $0,4 \text{ g/cm}$ es manté tensat entre dues barres segons indica la figura (a). Si els seus extrems es mantenen fixes, la seva freqüència pròpia més baixa és de 300 Hz.

- Determinar la tensió del filferro. Proposar un mètode per augmentar la freqüència sense variar la longitud del filferro.

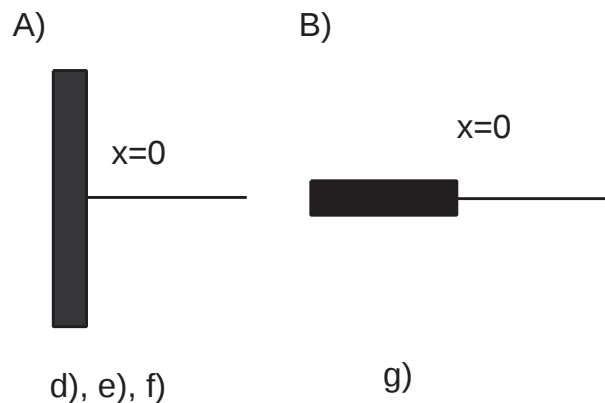


En la figura (b) podem observar la presència d'una pulsació que es desplaça cap a la dreta.

- Calcular el temps necessari per a que el filferro torni a adoptar la mateixa forma que en la figura.
- Determinar la forma del filferro per a la meitat del temps calculat anteriorment.
- Repetir l'apartat b) per al cas en el que l'extrem B de la figura (b) està subjecte a una anella que pot lliscar lliurement al llarg de la barra.

15. Suposar que al llarg d'una corda tensa (un extrem dels quals està fix en $x=1$) es propaga una ona transversal. La funció d'ona incident és $y = A/(1 + (x - 2t)^2)$. Determinar l'expressió de la funció de l'ona reflectida.

16. En una corda, fixa en un extrem, de 120 cm de longitud i de 2.4 g de massa s'ha produït una ona estacionària. S'observa la presència de 3 ventres o antinodes i que cada 10 ms s'anul·la tot desplaçament; es mesura, també, el desplaçament màxim d'aquests antinodes i resulta ser de 2 cm.
- Determinar els valors de longitud d'ona i del període i escriure la funció d'ona de la ona estacionària.
 - En una ona estacionària l'energia està emmagatzemada en el medi i no es propaga. Deduir l'expressió de l'energia cinètica local d'un element de corda de longitud dx .
 - Determinar, per integració, la màxima energia cinètica per a la longitud de corda donada.
 - Comprovar que la màxima energia cinètica és el doble que l'energia cinètica mitjana.
17. Una corda de longitud $L = 40$ cm i massa $m = 5$ g es troba sotmesa a una tensió $T = 1250$ N entre els seus dos extrems fixes.
- Calcular les longituds d'ona i les freqüències possibles de les ones estacionàries que poden produir-se a la corda.
Suposem que la corda vibra en el segon harmònic (2n harmònic de vibració) amb una amplitud de vibració de 0.5 cm i que els extrems de la corda es troben localitzats en $x = 0$ i $x = L$.
 - Obtenir la funció d'ona $y(x, t)$ estacionària.
 - Determinar les velocitats transversals $u(x, t)$ en els punts $x_1 = L/4$ i $x_2 = L/2$. Justificar el resultat.
 - Determinar el pendent $\tan(\alpha)$ de la corda en les punts anteriors i justificar els valors trobats.
18. Suposem que en una corda tensa de 100 g/m^2 es propaguen dues ones. L'equació d'una de les ones és: $y_1(x, t) = 12 \times 10^{-3} \cos 20(x + 10t)$ (S.I.) mentre que l'equació de $y_2(x, t)$ és la mateixa però retardada $\pi/2$ respecte a y_1 .
- Determinar l'amplitud de l'ona resultant.
 - Determinar la freqüència de l'ona resultant.
 - Repetir l'apartat a) en el cas de que l'amplitud de y_2 s'amplifiqui en un factor 2.



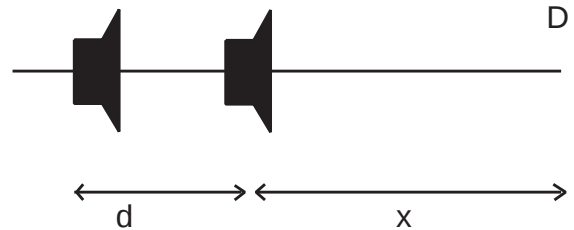
Suposar ara que $y_2 = 0$ i que la corda està unida a una massa infinitament gran en $x = 0$ i que l'altre extrem es troba a l'infinit (corda semiinfinita, figura A)

- Determinar l'equació de l'ona reflectida $y_{R2}(x, t)$.
- Determinar l'equació de l'ona superposició de la incident i la reflectida.
- Calcular l'energia que transporta l'ona resultant.
- Determinar l'equació de l'ona reflectida $y_{R1}(x, t)$ per al cas en el que la corda estigui unida a una altra de densitat 1000 g/m^2 i sotmesa a la mateixa tensió (figura B).

19. Dues ones de freqüència 1000 Hz i intensitats $1,6 \text{ W/m}^2$ i $0,9 \text{ W/m}^2$ interfereixen de forma constructiva.

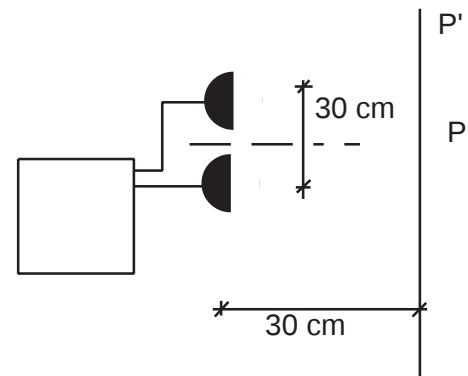
- Determinar la intensitat de l'ona resultant.
- Determinar la intensitat de l'ona resultant si la interferència és destructiva.

20. Dos altaveus oscil·len en fase però estan separats una distància d . Un observador es troba en línia amb els dos altaveus, tal i com indica la figura. La freqüència de l'ona sonora generada pels altaveus és de 500 Hz i la seva velocitat de propagació és de 340 m/s. La intensitat que rep l'observador de cada altaveu actuant aïlladament és de I_0 .



- Calcular d per a que l'observador no percebi cap so.
 - Determinar el valor de d que maximitza la intensitat percebuda per l'observador. Calcular el valor de la intensitat.
 - Calcular la intensitat oïda per l'observador en el cas $d = 17 \text{ cm}$.
21. Dos generadors de microones emeten en fase amb $\lambda = 3 \text{ cm}$ (essent la longitud d'ona), segons la disposició que s'indica en la figura.

- Descriure qualitativament la intensitat de la radiació que indicaria un aparell que es desplaçés de P a P'.
- Trobar aproximadament la distància entre P i els dos primers mínims.



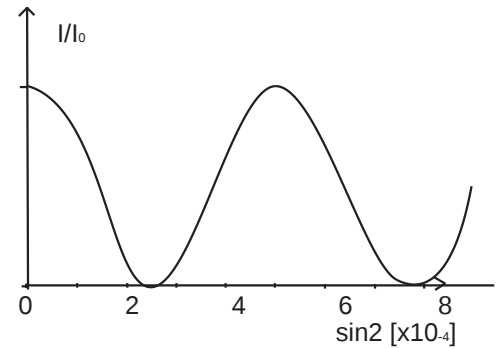
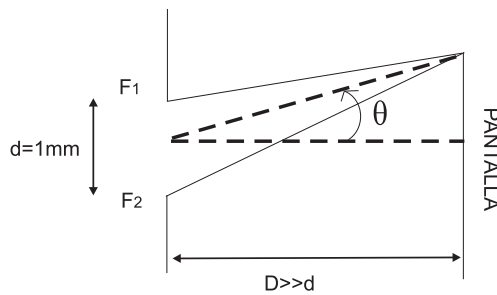
Suposem ara que $\lambda = 6 \text{ cm}$.

- Determinar les variacions de les distàncies calculades anteriorment en l'aparell anterior.
- Realitzar el mateix càlcul en el cas que la distància entre emissors es redueixi a la meitat.

Nota: La distancia horizontal de los generadores a la pared no es 30 cm, sino 30 m.

22. Sobre una pantalla es rep llum procedent de dues fonts monocromàtiques situades a gran distància d'aquesta respecte a la seva separació, segons es mostra a la figura.

- Les dues fonts emeten en fase percebent-se a la pantalla una figura lluminosa de la qual la intensitat relativa I/I_0 queda representada en la gràfica. Justifica aquesta gràfica raonadament i calcula la longitud d'ona i la freqüència amb que emeten les fonts.
- Si una de les fonts emet amb una diferència de fase de 180° respecte a l'altra, determinar les variacions observades en la il·luminació sobre un punt localitzat en la part central de la pantalla.
- Determinar les variacions de la il·luminació de la pantalla quan una de les fonts augmenta la seva freqüència lleugerament.



23. Una persona està parada dalt d'una muntanya, i mira un avió que s'acosta en línia recta. L'avió, inicialment a distància $x_0 = 10\text{km}$ i amb velocitat $v_0 = 540\text{km/h}$, porta una acceleració constant $a = 1\text{m/s}^2$. Sigui $c = 334\text{m/s}$ la velocitat del so, $\beta_0 = 150$ la intensitat en decibels del soroll dels reactors a una distància $d = 20\text{m}$ i $f_0 = 500\text{Hz}$ la freqüència. Es demana:

- Obtenir la freqüència f del soroll de l'avió, tal com el sent la persona dalt de la muntanya, en funció del temps. Calcular f just abans i després de que l'avió passi per sobre de la persona.
- Determinar la intensitat del soroll, tal com el sent la persona dalt de la muntanya, en funció del temps. (Suposar que l'avió passa a $d = 20\text{m}$ per sobre de la persona).
- Determinar la posició de l'avió quan travessa la barrera del so i quan arriba a Mach 2.

24. Se quiere obtener la ecuación de una onda esférica, emitida desde el origen, que se propaga en un espacio homogéneo e isotrópico con una velocidad de propagación c y cuya función de onda depende nada más de la distancia al origen r y del tiempo t .

- Aplicando la regla de la cadena demostrar que, dada $f(r, t)$, se cumple: $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \implies \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\partial f}{\partial r} \left(\frac{1}{r} - \frac{x^2}{r^3} \right)$.

A continuació encontrar las relaciones análogas para $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$.

- Teniendo en cuenta que la ecuación de una onda en tres dimensiones es:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

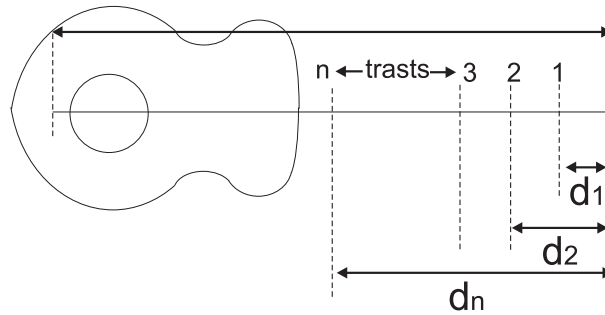
Demostrar que la ecuación buscada es:

$$c^2 \frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 (rf)}{\partial t^2}.$$

- Indicar la forma más general de $f(r, t)$ para una onda esférica emitida en el origen y que se aleja de él radialmente.
- Un altavoz esférico de radio a emite ondas sonoras, cuya presión viene dada por la ecuación $p_m = p_0 e^{-\beta t}$, calcular la ecuación de la presión en los puntos a distancia r del origen, en un instante t .
- Calcular la intensidad de esta onnda sonora.

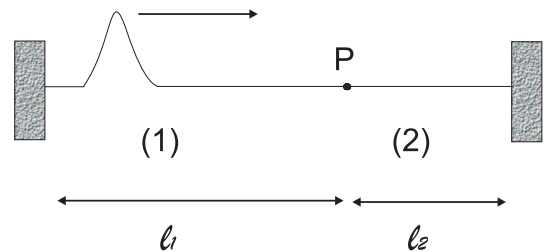
25. Considerem les sis cordes d'una guitarra. Totes elles tenen la mateixa longitud L , densitats $\rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_6$ i suposarem que totes estan sotmeses a la mateixa tensió T_0 .

- Quina de les cordes proporciona el to més agut (de freqüència més alta)?
- Quina relació ha d'existir entre ρ_1 i ρ_2 per que la corda 1 $|f_1 - f_2| = \Delta f$.



Per variar el to d'una corda l'interpret pressiona la corda situant el dit entre dos trasts (per exemple els $n-1$ i n d'acord amb el dibuix). Llavors el punt de la corda situat sobre el trast n queda fixat, i la freqüència produïda s'incrementa en una quantitat $\Delta f' = n\Delta f/5$.

- c) Determineu les distàncies d_1 i d_2 on s'han de col·locar els trasts 1 i 2 de la corda 1. Opcionalment podeu determinar la fórmula general que indica la distància d_n , on s'ha de col·locar el trast n -éssim.
26. Un astrònom observa una estrella molt llunyana amb un telescopi. L'estrella emet llum groga de longitud d'ona de 600 nm ($1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$), i s'allunya de la terra a una velocitat v_0 constant.
- a) Determineu la longitud d'ona que mesura l'astrònom a la terra.
- b) Recordant com és l'espectre de la llum visible, indiqueu si la llum rebuda a la terra es desplaçarà cap el vermell o cap el blau (respecte de la que efectivament emet l'estrella).
27. Un tren circula a 180 km/h per una via recta cap a un túnel excavat en la paret vertical d'una muntanya. Quan està a una distància de 1 km de la boca del túnel fa sonar la seva sirena amb una freqüència de 10000 Hz durant 1 s. La sonoritat de la sirena, mesurada a 5 m de distància, és de 120 dB.
- a) Calculeu l'instant en que el maquinista comença a escoltar l'eco de la sirena produït per la reflexió del so a la paret de la muntanya, i la distància del tren al túnel.
- b) Calculeu la sonoritat de l'eco en aquest instant. La sonoritat de l'eco augmentarà o disminuirà a partir d'aquest moment?
- c) Calculeu la freqüència de l'eco i la seva durada (PE Febrer 1998).
28. Dues cordes estan unides entre sí al punt P i amb dos suports rígids, tal com mostra la figura. La corda de l'esquerra (1) té una densitat lineal de 10 g/cm i una longitud de 1 m. La de la dreta (2) té una densitat lineal de 25 g/cm i una longitud l_2 . La tensió a que estan sotmeses les dues cordes és de 60 N. Generem un pols ondulatori de 1 cm d'amplitud vertical a la corda (1) que es propaga cap la dreta i, en arribar a P , en part es reflecteix i en part es propaga.



- a) Calculeu l'amplitud reflectida i l'amplitud transmesa.
Ambdós polsos es propaguen en direccions oposades, es reflecteixen en els suports i tornen cap el punt P , arribant-hi en el mateix instant.
- b) Determineu la longitud l_2 de la corda (2).
- c) Determineu les amplituds dels polsos a cadascuna de les cordes després de passar dues vegades per P (PE Maig 1998).

29. Un edifici té forma de cúpula semiesfèrica amb un radi de 25 m. Al seu centre hi ha un altaveu semiesfèric de 50 cm de radi. A l'instant $t=0$ es genera un pols sonor de 0.05 s. de durada i 100 dB d'intensitat a la superfície de l'altaveu.

a) Determineu el temps que triga el so a arribar a la cúpula per primera vegada i la intensitat que mesurarà un observador en qualsevol punt de la cúpula.

Cada vegada que el pols es reflecteix a la cúpula la seva intensitat s'atenua en un 5 %, i cada vegada que ho fa a l'altaveu s'atenua en un 25 %.

b) Determineu el nombre d'ecos que s'escoltaran al centre de la cúpula.

30. Una onda armónica de presión se propaga en un tubo cilíndrico de sección 10 cm^2 y tiene una amplitud de 10^{-7} N/m^2 y se propaga hacia la derecha. El sonido tiene una frecuencia de 400 Hz y su velocidad de propagación es de 400 m/s. En $t = 0$ la presión es nula en el origen, pero su derivada respecto al tiempo es positiva en ese punto y ese instante.

a) Encontrar la ecuación que cumple la presión.

b) Sabiendo que la densidad del gas es 10^{-3} g/cm^3 , calcular la máxima velocidad de oscilación.

c) Calcular la intensidad de la onda en un punto cualquiera del tubo e indicar si se puede oír o no.

31. En una cuerda horizontal indefinida tensa se propaga una onda dada por la expresión:

$$y(x, t) = \frac{A}{2} \left(e^{-(x+ct)^2} - e^{-(x-ct)^2} \right)$$

Donde c es la velocidad de propagación.

a) Comprobar que dicha expresión corresponde a una onda.

b) Calcular la deformación inicial de la cuerda y la velocidad inicial de su movimiento vertical.

c) Indicar el significado físico de cada uno de los sumandos.

d) Calcular la energía cinética asociada a cada sumando por unidad de longitud.

e) Calcular la energía potencial asociada a cada sumando por unidad de longitud.

f) Calcular la energía por unidad de longitud.

Se supone conocida la tensión de la cuerda T así como la velocidad de propagación c .

32. Un cilindro, cuya base tiene una superficie S , está aislado térmicamente y contiene n moles de un gas ideal. La tapa superior es un émbolo, de masa despreciable, que inicialmente está en equilibrio a una altura h_0 y una presión P_0 , igual a la atmosférica. Se coloca una pesa de masa m sobre el émbolo. Calcular:

a) La temperatura inicial del gas T_0 , en función de m, n, S, h_0, P_0 . La temperatura final del gas, en función de T_0, m, n, S, h_0, P_0 .

b) La nueva altura de equilibrio h_f del émbolo.

c) Variación de energía interna y de entalpía del gas.

d) Trabajo realizado por el gas y por la masa al variar su altura.

e) Variación de entropía del gas, del entorno y del universo. Cuando $mgh_0 \ll nC_pT_0$ y $mg \ll SP_0$, aproximar la variación de entropía del universo a primer orden en mg e interpretar el resultado.

f) La aproximación a primer orden del apartado anterior permite considerar las oscilaciones del émbolo alrededor de la posición de equilibrio h_f como una forma de generar ondas sonoras estacionarias en el cilindro. Calcular en función de h_f las longitudes de onda posibles.

- g) Calcular la ecuación del armónico fundamental, suponiendo que la masa en reposo en h_0 es su estado inicial.

33. Unimos dos cuerdas de densidades ρ_1 y ρ_2 y las colgamos tal y como indica la Figura 1. La cuerda inferior tiene una longitud ℓ_1 y su extremo inferior **no** está fijado al suelo, mientras que su otro extremo está unido a la otra cuerda por el punto P. A su vez, la cuerda superior de longitud ℓ_2 se fija al techo por arriba.

- a) Determinar la tensión, $T(y)$, en cualquier punto de las cuerdas. ¿Es $T(y)$ continua en P?
 b) Utilizando la expresión de la velocidad de propagación de las ondas transversales en una cuerda con tensión uniforme, determinar la velocidad que tendría un pulso de onda en cada una de las cuerdas.

En el instante $t = 0$, generamos un pulso de onda de amplitud A_I en el extremo O de la cuerda inferior (Figura 2A). Dicho pulso se propaga hacia arriba hasta llegar al punto de unión P. Suponiendo ahora que la cuerda de arriba tiene densidad $\rho_2 = \rho_1/2$:

- c) determinar el instante t_1 en el cual dicho pulso llega a P.
 d) determinar las amplitudes A_R y A_T de los pulsos reflejado y transmitido, respectivamente, representados en la Figura 2B.

Posteriormente, los pulsos reflejado y transmitido se propagan hacia el punto O y hacia el punto Q, respectivamente, reflejándose ambos en los extremos, para después volver a P.

- e) Determinar la longitud ℓ_2 para que ambos pulsos lleguen a P de forma simultánea y calcúlese las amplitudes de las ondas resultantes en las dos cuerdas inmediatamente después de que eso suceda.

Aclaración: $\rho_2 = \frac{\rho_1}{2}$ únicamente en los apartados c) d) y e). La constante gravitatoria g se supone conocida. Se suponen válidas las relaciones de T_A y R_A pese a que Z_1 y Z_2 no son uniformes.

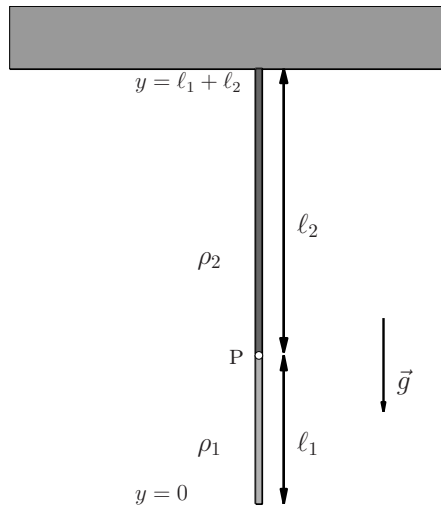


Figura 1

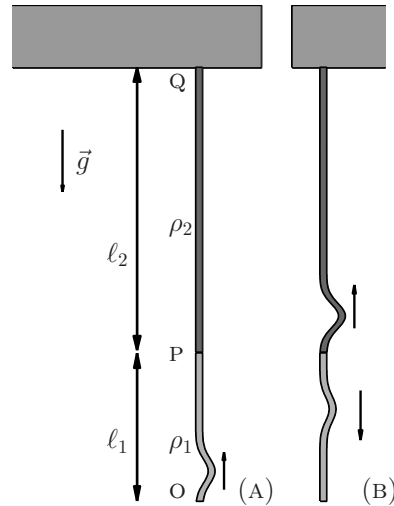


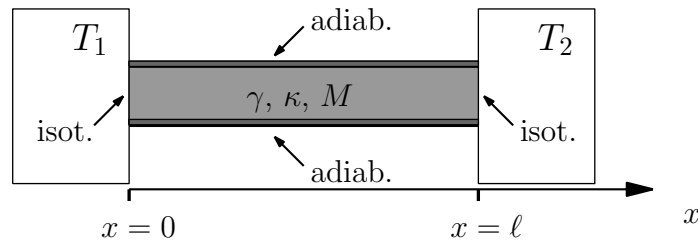
Figura2

34. Un gas ideal de peso molecular M , conductividad térmica κ , densidad ρ y constante adiabática γ se encuentra encerrado en un tubo cilíndrico de longitud ℓ , sección transversal uniforme y cuya pared lateral es un aislante térmico. Las tapas situadas en los extremos del cilindro son conductoras del calor. Colocamos el cilindro entre dos fuentes térmicas que se encuentran a temperaturas T_1 y T_2 de modo que las tapas conductoras están en contacto perfecto con las fuentes (ver figura).

- a) Pasado un tiempo (en régimen estacionario), determinar la temperatura del gas en un punto arbitrario del cilindro que se encuentra a una distancia x ($0 \leq x \leq \ell$) de la fuente de

temperatura T_1 . Demostrar que dicha temperatura varía linealmente de acuerdo con la ley $T(x) = A + Bx$ y determinar las constantes A y B en función de T_1, T_2 y ℓ .

- b) Utilizando la expresión de la velocidad de propagación (adiabática) de las ondas longitudinales en un gas junto con la ley lineal del apartado anterior determinar la velocidad que tendría un pulso de onda en diferentes puntos del cilindro.
- c) En $x = 0$ se genera un pulso de onda que empieza a viajar hacia la derecha. Determinar el instante en el cual dicho pulso llega al otro extremo del cilindro.

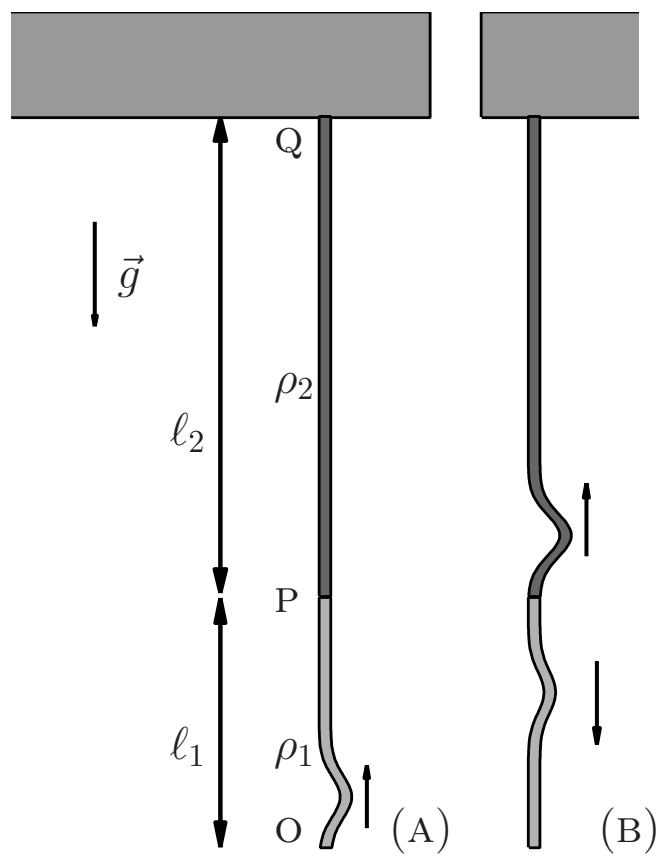


35. En una cuerda semiinfinita, $x \leq 0$, se tiene una onda armónica $y(x, t)$, que cumple $y(0, 0) = A_1$ y $\frac{\partial y}{\partial t}(0, 0) = 0$ y que se propaga hacia la derecha. En $x = 0$ la cuerda está unida a otra cuerda semiinfinita, $x \geq 0$, de densidad $\mu_D = 9\mu_I$, siendo μ_I la densidad de la parte izquierda de la cuerda.

- Calcular la ecuación de esta onda.
- Calcular la ecuación de la onda reflejada.
- Calcular la ecuación de la onda transmitida.
- Calcular la potencia transmitida en el punto de unión.
- Calcular la potencia transportada por la onda reflejada.
- Calcular la potencia transportada por la onda inicial.

Capítulo 2

Soluciones



1. Primer Principio de la termodinámica

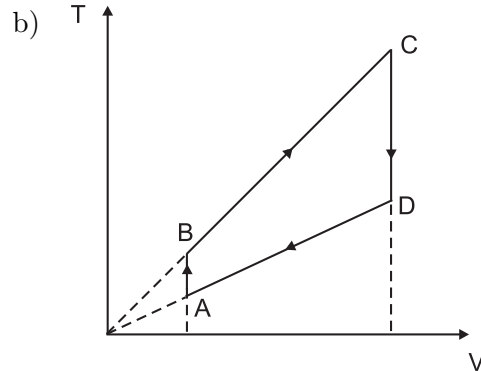
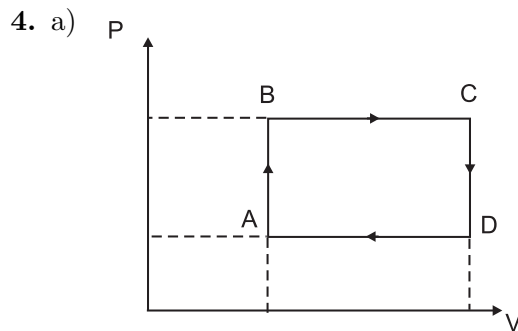
1. $1,69 \times 10^5 J$

2. $W = (n_2 - n_1)RT_0 \ln \left(\frac{n_2}{n_1} \right), x = \frac{(n_2 - n_1)RT_0}{Sp_0}.$

3. $W_{llenado} = \rho g(S - S')\frac{h_1^2}{2} + P_1 S h_2 + \rho g S \frac{h_2^2}{2}$

$W'_{vaciado} = (S - S')\rho g \frac{h_1^2}{2} + (S - S')\rho g h_2 h_1 + \frac{1}{2}\rho g S \frac{h_2^2}{2}$

$W_{neto} = \rho g h_1 h_2 S' = mgh_2$; no hay ganancia de energia, como era de suponer.



5. $W = R(T_B - T_A) + RT_B \ln \frac{V_C}{V_B} + RT_A \ln \frac{V_A}{V_D} = 530 \text{ j.}$

$Q_1 = \frac{5}{2}(P_B V_B - P_A V_A) + P_B V_B \ln \frac{V_C}{V_D} = 3170 \text{ j.}$

6. a) $P_i = 1.305 \text{ atm.}$

b) $Q_v = 182 \text{ calorías.}$

c) $\Delta d = 0.34 \text{ dm.}$

d) $\Delta U = 1493 \text{ J.}$

7. $t_f \simeq 55^\circ\text{C}$

8. Primera experiencia: se funden 16.5 g. de hielo. Segunda experiencia: se precisan 14 g. de vapor de agua a 100°C .

9. $v = 234 \text{ m/s} \simeq 844 \text{ Km/h.}$ Equivalente a una caída libre desde unos 2800 m de altura.

10. a) $\Delta U = 334.4 \text{ J}$

b) $W = -1,11 \times 10^{-2} \text{ J.}$

11. $T_2 = 241 \text{ K. } \Delta U \simeq -1000 \text{ cal. } \Delta H \simeq -1400 \text{ cal.}$

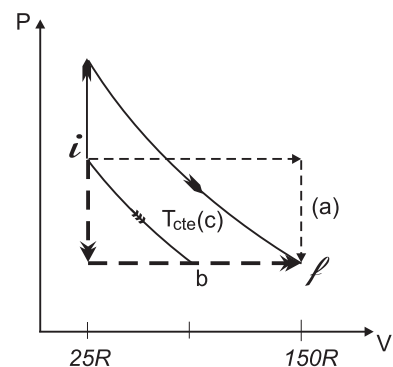
12.

a) $W = 3115 \text{ J, } \Delta U = 935 \text{ J, } Q = 4050 \text{ J.}$

b) $W = 1038 \text{ J, } \Delta U = 935 \text{ J, } Q = 1973 \text{ J.}$

c) $W = 1310 \text{ J, } \Delta U = 935 \text{ J, } Q = 2243 \text{ J.}$

d) $W = 2233 \text{ J, } \Delta U = 935 \text{ J, } Q = 3168 \text{ J.}$



13. El único proceso posible es una expansión contra el vacío, P disminuye.

14. a) $P = 3P_0 \Rightarrow$ estado final del gas $(3P_0, V_0, 3T_0) \left(T_0 = \frac{P_0 V_0}{R} \right)$

b) $W = -3P_0 T_0$

c) $\Delta U = -W = 3RT_0$ o bien $\Delta U = 3P_0 V_0$

15. a) $T_f = T_i = 400^\circ K$; $V_f = 32m^3$; $W = 6,74 \times 10^6 J$; $Q = W$; $\Delta U = 0$

b) $V_f = 13,9m^3$; $T_f = 174^\circ K$; $\Delta U = -2,75 \times 10^6 J \Rightarrow W = 2,75 \times 10^6 J$

c) $Q = 0J$ pues es una adiabática.

$W = 0J$ pues se expande contra el vacío.

$\Delta U = 0 \Rightarrow T = T_i$ la temperatura no varia.

$V_f = 32m^3$

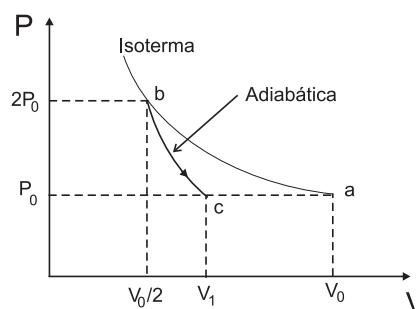
16.

a) $W = -554 J$

b) $Q = -1572 J$

c) $\Delta U = -1018 J$

d) $T_f = 224^\circ K$



17. a) $W = nRT_0$, $T_d = \frac{3T_0}{2}$

b) $T_i = \frac{21}{4}T_0$

c) $Q = \frac{19nRT_0}{2}$

18. a) $\Delta U \simeq 3,6 \times 10^3 J$

b) $P_f = 9,52 \text{ atm}$; $T_f = 558^\circ K$

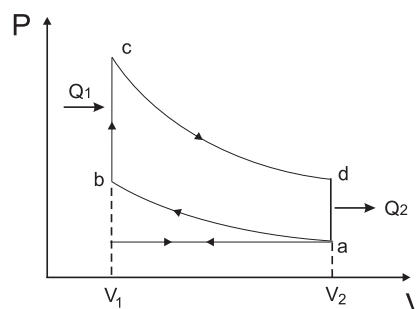
19. a) $P_0 = 1 \text{ atm}$; $P_f = 1,1 \text{ atm}$

b) $\frac{V_f}{V_0} \simeq 0,93$; $\frac{T_f}{T_0} \simeq 1,03$

20. a) $P_f = 0,21P_0$; $T_f = 0,64T_0$

b) $W \simeq 0,9P_0 V_0$; $\Delta U \simeq -0,9P_0 V_0$

21. $\frac{V_2}{V_1} = r_c = \text{razón de compresión.}$
 $\eta = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}$

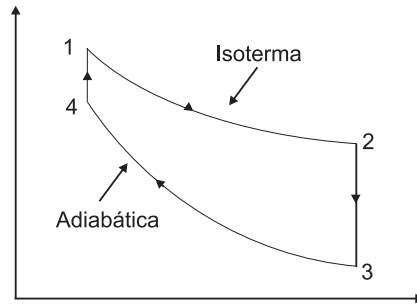


22. $1 \rightarrow 2$, absorbe calor y realiza trabajo.

$4 \rightarrow 1$ absorbe calor.

$$\eta = \frac{2(\gamma - 1) \ln 2 + 1 - 2^{\gamma-1}}{2(\gamma - 1) \ln 2 + -2 + 2^{\gamma-1}}$$

Pto.	p	V	T
1	p_1	V_1	T_1
2	$p_1/2$	$2V_1$	T_1
3	$p_1/4$	$2V_1$	$T_1/2$
4	$p_1 2^{\gamma-2}$	V_1	$T_1 2^{\gamma-2}$



23. c) El rendimiento térmico es $1 - (P_4/P_1)^{(\gamma-1)/\gamma}$

24. a) $2 \rightarrow 3$

$$Q_{23} = \frac{\gamma p_2 (V_3 - V_2)}{\gamma - 1}; \quad W_{23} = p_2 (V_3 - V_2); \quad \Delta U_{23} = \frac{p_2 (V_3 - V_2)}{\gamma - 1}.$$

$3 \rightarrow 4$

$$Q_{34} = 0; \quad W_{34} = \frac{p_2 V_3 (1 - r_E^{1-\gamma})}{\gamma - 1}; \quad \Delta U_{34} = \frac{p_2 V_3 (r_E^{1-\gamma} - 1)}{\gamma - 1}.$$

$4 \rightarrow 1$

$$Q_{41} = \frac{p_2 V_1 (r_c^{-\gamma} - r_e^{-\gamma})}{\gamma - 1}; \quad \Delta U_{41} = \frac{p_2 V_1 (r_c^{-\gamma} - r_e^{-\gamma})}{\gamma - 1}; \quad W_{41} = 0.$$

$1 \rightarrow 2$

$$Q_{12} = 0; \quad W_{12} = \frac{p_2 V_2 (r_c^{1-\gamma} - 1)}{\gamma - 1}; \quad \Delta U_{12} = -W_{12}$$

b) $\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{(1/r_E)^\gamma - (1/r_c)^\gamma}{1/r_E - 1/r_c}$

c) $\eta = 0,64 = 64\%$

25. Sean $a = (p_1, V_1)$, $b = (p_2, V_1)$, $c = (p_2, V_2)$ y $d = (p_1, V_2)$ los vértices del ciclo rectangular, recorrido en sentido $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$.

a) $W = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$

b) Transferencia de calor al gas: $Q_{a \rightarrow b} = C_v(T_b - T_a)$, $Q_{b \rightarrow c} = C_p(T_c - T_b)$

Transferencia de calor del gas al exterior: $Q_{c \rightarrow d} = -C_v(T_c - T_d)$, $Q_{d \rightarrow a} = -C_p(T_d - T_a)$.

c) $\eta = \frac{\gamma - 1}{\gamma \frac{p_2}{p_2 - p_1} + \frac{V_1}{V_2 - V_1}}$

d) $\eta = 1 - \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2}$

26. $W \simeq 1,5 \times 10^3 \text{ J}$

27. Las diferencias de temperaturas son iguales.

28. $\dot{W}_{id} \simeq 4 \text{ kw}$. $\dot{W} \simeq 5,35 \text{ kw}$.

29. $T = 200^\circ K$

30. $\dot{Q}_1 \simeq -10280 \text{ Kcal/h}$ (dadas a la fuente caliente). $\dot{Q}_2 = 9250 \text{ Kcal/h}$ extraídas del interior de la nevera.

31. a) $e = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$

b) $e = \frac{1}{1 - \frac{T_2}{T_1}} > e_{el} = 1$

- 33.** a) Coste $\simeq 150,000$ pts/mes.
b) Coste_{Bomba Calor} $\simeq 25700$ pts/mes.
c) Tiempo = 2 años.
- 34.** a) Potencia térmica = $6,48 \times 10^4$ kw. Caudal = $1,55 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
b) $\eta = 0,18$, P = $1,17 \times 10^4$ kw.
c) P_{media-posible} = $2,2 \times 10^3$ kw. P_{maxima-posible} = $6,6 \times 10^3$ kw.

2. Segundo Principio de la Termodinámica

2. a) $W \simeq 8600 \text{ j}$.
 b) $\eta \simeq 36 \%$.
 c) $\Delta S \simeq 13,4 \text{ j/K}$.
3. a) $Q_2 \simeq 6,41 \times 10^6 \text{ j}$; $Q_3 \simeq -5,74 \times 10^6 \text{ j}$
 b) $\eta \simeq 0,39$.
 c) $\Delta S = 0 \text{ j/K}$.
4. a) Punto A: $p_a, V_a, T_a = \frac{p_a V_a}{R}$.
 Punto B: $p_b, V_a, T_b = \frac{p_b V_a}{R}$.
 Punto C: $p_a, V_c = V_a \frac{p_b}{p_a}, T_b$
 b) $W_{AB} = 0$, $W_{BC} = p_B V_A \ln \frac{p_B}{p_A}$, $W_{CA} = V_A (p_A - p_B)$.
 c) $Q_{AB} = \frac{V_a (p_b - p_a)}{\gamma - 1}$, $Q_{BC} = p_b V_a \ln \frac{p_a}{p_b}$, $Q_{CA} = \frac{\gamma V_a (p_a - p_b)}{\gamma - 1}$.
 $\Delta U_{AB} = Q_{AB}$, $\Delta U_{BC} = 0$, $\Delta U_{CA} = \frac{V_a (p_a - p_b)}{\gamma - 1}$.
 d) $\Delta S_{AB} = C_v \ln \frac{p_b}{p_a}$, $\Delta S_{BC} = R \ln \frac{p_b}{p_a}$, $\Delta S_{CA} = C_p \ln \frac{p_a}{p_b}$.
5. a) Punto A: $p_a, V_a, T_a = \frac{p_a V_a}{R}$
 Punto B: $2p_a, \frac{V_a}{2}, T_a$
 Punto C: $2p_a, V_a, 2T_a$
 Punto D: $p_a, 2V_a, 2T_a$.
 b) $\Delta U_{AC} = \frac{3}{2} R T_A$.
 c) $\Delta H_{BC} = \frac{5}{2} R T_A$.
 d) $\Delta S_{DA} = C_p \ln \frac{T_A}{T_B} = -5R \ln 2$.
6. $\Delta S \simeq 7000 \frac{\text{j}}{\text{K}}$.
9. a) $P_b = 5 \text{ N/m}^2$; $V_b = 40 \text{ m}^3$.
 b) $n = 0,1 \text{ moles}$.
10. a) $Q = \frac{3P_1 V_1}{4}$; $Q' = -P_1 V_1 \ln 2$; $W = P_1 V_1 \left(\frac{3}{4} - \ln 2 \right)$.
 b) $\eta = 1 - \frac{4}{3} \ln 2 \simeq 7,6 \%$.
 c) $T_{MAX} = \frac{9T}{8}$.
 d) $\Delta S_{12} = R \ln 2 \simeq 5,8 \text{ j/K}$.

11. a) $V_b = V_a \left(\frac{T_a}{T_b} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}; \quad V_c = V_a \frac{T_a}{T_b}; \quad P_c = \frac{R}{V_a} \frac{T_b^2}{T_a}.$
 b) $W_{ab} = \frac{P_a V_a - P_b V_b}{\gamma - 1} = \frac{R(T_a - T_b)}{\gamma - 1} > 0; \quad Q_{ab} = 0.$
 $W_{bc} = \frac{\gamma - 2}{\gamma - 1} R T_b \ln(T_a/T_b) < 0; \quad Q_{bc} = W_{bc}.$
 $W_{ca} = R(T_b - T_a); \quad Q_{ca} = (C_v - R)(T_a - T_b).$
 c) $\eta = 1 - \frac{T_b}{T_a - T_b} \ln \frac{T_a}{T_b}.$
 d) $C_{pol} = C_v - R; \quad \Delta S_{ca} = (C_v - R) \ln \frac{T_a}{T_b}.$
12. a) $Q = nRT_0 \ln \frac{1}{r}; \quad Q' = nRT_0 \left(r^{2\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} - 1 \right)$
 b) $\eta = 1 + 2 \frac{(1 + nRT_0) \left(r^{2\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} - 1 \right)}{\ln r}.$
 c) $\Delta S_{23} = nR \ln \frac{V_1}{V_2}.$
13. a) $T_1 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$
 b) $n_e = n_s = \frac{P_0}{RT_0} \left[V_b - V_d \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right].$
 c) $W = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[V_b - V_d \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right] \left[P_0 - P_1 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right].$
 d) $\Delta U_{gas} = W.$
 e) $\Delta S_g = \Delta S_c = \Delta S_u = 0.$ Por tanto, el proceso es reversible.
14. a) La potencia absorbida por el sistema es:

$$P_{sis} = \frac{m_h L_f + (m_h + m_l + C) c_l (t_f - t_i) + (m_l + m_h) L_v}{\tau}$$

$$P_{sis} = \frac{40 \times 80 + 90 \times 100 + 50 \times 540}{60 \times 20} \times 4,18 = 136,5 \text{ w.}$$
Siendo τ el tiempo total de 20 minutos.
 Esta potencia es el 90 % de la consumida por el sistema calefactor, ya que el 10 % se disipa.
 Por tanto:

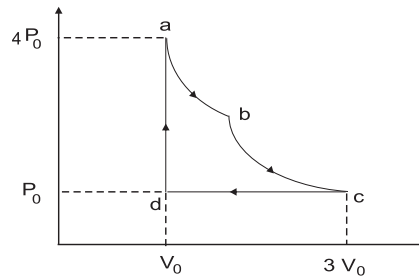
$$P_{cons} = \frac{P_{sis}}{0,9} = 151,7 \text{ w.}$$

 b) $\tau_a = \frac{m_h L_f + (m_h + m_l + C) c_l (t_a - t_i)}{P_{sis}} = 153 \text{ s.}$
 c) A la ida se disipa, como calor, el 10 % de la energía consumida. A la vuelta el sistema devuelve al medio, como calor, la energía absorbida por él.

$$\Delta S_{medio} = \Delta S_{universo} = \frac{P_{cons}(\tau - \tau_a)}{10T_a} + \frac{9P_{cons}(\tau - \tau_a)}{10T_a} = \frac{P_{cons}(\tau - \tau_a)}{T_a} = 542 \text{ J/K}$$
15. a) $P_{real} = 1,16 \times 10^6 \text{ w}; \quad \dot{Q} = 1,95 \times 10^7 \text{ w.}$
 b) $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \simeq 60 \text{ \%}.$
 c) $\eta_{Turbina} \simeq 27 \text{ \%}; \quad \dot{Q} = 1,29 \times 10^6 \text{ w.}$

16. a) $t_f = 8,4 \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$.
 b) $\Delta U_g = 2,1 \text{ j}$; $\Delta U_s = 17,5 \text{ j}$.
 c) $\Delta S_s = 6,41 \times 10^{-2} \text{ fracjK}$; $\Delta S_g = 0,77 \times 10^{-2} \frac{\text{j}}{\text{K}}$; $\Delta S_U = 7,18 \times 10^{-2} \text{ fracjK}$
17. a) $P_{A0} = 2,46 \text{ atm}$.
 b) $Q = W = 1,48 \times 10^3 \text{ j}$; $\Delta U = 0 \text{ j}$.
 c) $V_B = 14,6 \text{ l}$.
 d) $\Delta S_g = 7,48 \text{ j/K}$; $\Delta S_{medio} = -4,93 \text{ j/K}$; $\Delta S_U = 2,55 \text{ j/K}$;
18. a) $G_1 : 1,39 \text{ atm}, 8 \text{ l}, 271\text{K}$; $G_2 : 1,39 \text{ atm}, 12 \text{ l}, 271\text{K}$.
 b) $\Delta U_1 = -\Delta U_2 = 445 \text{ j}$; $\Delta U = 0 \text{ j}$.
 $\Delta S_1 = 2,83 \text{ j/K}$; $\Delta S_2 = -2,7 \text{ j/K}$; $\Delta S_{sistema} = \Delta S_U = 0,13 \text{ j/K}$.
 c) $W_1 = -W_2 = -282 \text{ j}$.
19. a) $T_b = \alpha pv/R$, $T_A = \alpha^2 pv/R = \alpha T_b$.
 b) $W_{23} = \alpha(\alpha - 1)pv$, $\Delta U_{23} = C_v \alpha(\alpha - 1)pv/R$, $Q_{23} = (C_v + R)\alpha(\alpha - 1)pv/R$.
 $W_{31} = 0$, $Q_{31} = \Delta U_{31} = C_V \alpha(1 - \alpha)pv/R$.
 $\Delta U_{12} = 0$, $Q_{12} = W_{12} = -\alpha pv \ln \alpha$.
 c) $\eta = \frac{R}{C_v + R} \left(1 - \frac{\ln \alpha}{\alpha - 1} \right)$
 d) $\Delta S_{12} = -R \ln \alpha$, $\Delta S_{23} = (C_v + R) \ln \alpha$, $\Delta S_{31} = -C_V \ln \alpha$.
 e) $\Delta S_{univ} = C_v(\alpha - 2 + 1/\alpha) + R(\ln \alpha - 1 + 1/\alpha)$. Se deduce viendo que $\Delta S(1) = 0$, $\frac{d\Delta S}{d\alpha}(1) = 0$,
 $\frac{d\Delta S}{d\alpha}(\alpha) > 0$ para $\alpha > 1$ y por lo tanto $\Delta S(\alpha) > 0$, para $\alpha > 1$.
20. a) $T_{max} = T_B = 4T_0$
 b) $T_{min} = T_A = T_0$
 c) Se absorbe en AB. $W_{AB} = \frac{3RT_0}{2}$, $\Delta U_{AB} = 3C_v T_0$, $Q_{AB} = \frac{3T_0}{2}(2C_v + R)$.
 d) $Q_{BC} = -2C_v T_0$, $Q_{CA} = -(C_v + R)T_0$, $Q_{cedido} = -(3C_v + R)T_0$.
 e) $W = \frac{P_0 V_0}{2}$
 f) $\eta = \frac{R}{6C_v + 3R}$
 g) $\Delta S_{sist} = 0$, $\Delta S_{cal} = -\frac{3(2C_v + R)}{8}$, $\Delta S_{fria} = 3C_v + R$, $\Delta S_{univ} = \frac{18C_v + 5R}{8}$.
 h) $C = C_v + \frac{R}{2}$
 i) $\Delta H_{AB} = (C_v + R)3T_0$
21. a) $T = 3T_0/2$, $P = 3P_0/2$, $\Delta S_i = C_v \ln(3/4)$, $\Delta S_d = C_v \ln(3/2)$.
 b) $T_d = 6T_0/5$, $T_i = 9T_0/5$, $P = 3P_0/2$, $\Delta S_i = C_v \ln(9/10) + R \ln(6/5)$, $\Delta S_d = C_v \ln(6/5) + R \ln(4/5)$.
22. a) $V_b = \frac{27}{16}V_0$, $P_b = \frac{64}{27}P_0$.
 $\Delta U_{ab} = 0$; $W_{ab} = 4P_0 V_0 \ln \frac{27}{16}$; $Q_{ab} = 4P_0 V_0 \ln \frac{27}{16}$.
 $\Delta U_{bc} = -2P_0 V_0$; $W_{bc} = 2P_0 V_0$; $Q_{bc} = 0$.
 $\Delta U_{cd} = -4P_0 V_0$; $W_{cd} = -2P_0 V_0$; $Q_{cd} = -6P_0 V_0$.
 $\Delta U_{da} = 6P_0 V_0$; $W_{da} = 0$; $Q_{da} = 6P_0 V_0$.

b) Rendimiento: $\eta = 26 \%$



23. Sean A el punto de presión y volumen p_0, V_0 ; B el punto de presión y volumen p, V y C el punto de presión y volumen p, V_0 . Antes de nada se van a calcular p y V , así como las temperaturas en los tres puntos. La ecuación de la recta que une A y B es $p = \frac{p_0}{V_0}V$. Se cumple:

$$pV = \frac{p_0}{V_0}V^2 = 4RT_0 \Rightarrow \frac{RT_0}{V_0^2}V^2 = 4RT_0 \Rightarrow V = 2V_0 \Rightarrow p = 2p_0.$$

Los valores de presión, volumen y temperatura en cada punto son:

A: p_0, V_0, T_0 ; **B:** $2p_0, 2V_0, 4T_0$; **C:** $2p_0, V_0, 2T_0$.

a) Absorbe calor en $A \rightarrow B$.

$$Q_{AB} = C_v(T_B - T_A) + \frac{P_B + P_A}{2}(V_B - V_A) = T_0 \left(3C_v + \frac{3R}{2} \right).$$

b) Cede calor en los tramos $B \rightarrow C$ y $C \rightarrow A$.

$$Q_{cedido} = Q_{BC} + Q_{CA} = C_p(T_C - T_B) + C_v(T_A - T_C) = -T_0(3C_v + R).$$

c) $\Delta S_{ciclo} = 0$, $\Delta S_{interior} = -\frac{Q_{AB}}{T_0} = -3C_v - \frac{3R}{2}$, $\Delta S_{exterior} = -\frac{Q_{B \rightarrow C \rightarrow A}}{4T_0} = \frac{3(C_v + R)}{4} \Rightarrow$

$$\Delta S_{universo} = -\frac{9C_v + 5R}{4} < 0.$$

Este proceso es imposible, porque la entropía del universo disminuye.

24. a) V es el volumen del lado izquierdo. El volumen del lado derecho es $2V_0 - V$. El lado derecho experimenta una compresión adiabática cuasiestática, cuya ecuación es: $p(2V_0 - V)^\gamma = p_0V_0^\gamma$. Por tanto, $p = p_0 \left(\frac{V_0}{2V_0 - V} \right)^\gamma$ es la ecuación en cuestión.

b) **Gas de la parte derecha:** $V_d = \frac{V_0}{2}$, $p_d = p = p_02^\gamma$, $T_d = T_02^{\gamma-1}$.

Gas de la parte izquierda: $V_i = \frac{3V_0}{2}$, $p_i = p = p_02^\gamma$, $T_i = 3 \times 2^{\gamma-1}T_0$.

c) El resultado se obtiene después de resolver los apartados d y e. $Q_i = 2C_vT_0(2^\gamma - 1)$.

d) $W_i = -W_d = \Delta U_d = C_vT_0(2^{\gamma-1} - 1)$.

e) $\Delta U_d = C_vT_0(2^{\gamma-1} - 1)$, $\Delta U_i = C_vT_0(3 \times 2^{\gamma-1} - 1)$.

f) $\Delta S_d = 0$. Es una adiabática cuasiestática.

$$\Delta S_i = C_v \ln(3 \times 2^{\gamma-1}) + R \ln \frac{3}{2} = C_p \ln 3.$$

g) $\Delta S_u = \Delta S_i + \Delta S_d + \Delta S_{fuente}$.

$$\Delta S_{fuente} = -\frac{Q_i}{2T_i} = -C_v \frac{2^\gamma - 1}{3 \times 2^{(\gamma-1)}} \Rightarrow \Delta S_u = C_p \ln 3 - C_v \frac{2^\gamma - 1}{3 \times 2^{(\gamma-1)}}.$$

h) $Q_i = 2C_vT_0(2^\gamma - 1) = C_{proceso}T_0(3 \times 2^{\gamma-1} - 1) \Rightarrow C_{proceso} = 2C_v \frac{2^\gamma - 1}{3 \times 2^{\gamma-1} - 1}$

25. a) Calculemos primero n, p_1 del estado inicial.

$$p_2V = nRT_2 \Rightarrow n = \frac{p_2V}{RT_2}, \quad p_1V = nRT_1 = 3nRT_2 \Rightarrow p_1 = 3p_2.$$

Cuando el tabique ha alcanzado el equilibrio, tenemos $V_{2f} = 3V/4$ pues el volumen total de los dos gases no varía. Ahora tendremos la misma presión en cada gas $p_{1f} = p_{2f}$ (sino el tabique seguiría moviéndose), y usando la ecuación de estado,

$$p_{1f} \frac{5V}{4} = nRT_{1f}, \quad p_{2f} \frac{3V}{4} = nRT_{2f} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_{2f}}{T_{1f}} = \frac{3}{5}$$

Para la determinación del estado final necesitamos una ecuación más, que especifique el proceso seguido. En este proceso, no hay intercambios de calor ni trabajo con el exterior (aunque ambos sistemas pueden intercambiarlos entre sí). Por tanto, la energía interna total (de los dos gases juntos) no cambia:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_V(T_{1f} - T_1) + C_V(T_{2f} - T_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{1f} + T_{2f} = T_1 + T_2 = 4T_2,$$

y por tanto $T_{1f} = 5T_2/2$, $T_{2f} = 3T_2/2$. De la ecuación de estado se deduce inmediatamente la presión final: $p_{1f} 5V/4 = nRT_1$ y por tanto $p_{1f} = p_{2f} = 2p_2$.

b) Por tratarse de un gas ideal monoatómico, tenemos $C_V = 3nR/2$, $U = C_V T = 3nRT/2$ (salvo constante aditiva), $S = C_V \ln T + nR \ln V = \frac{1}{2}nR \ln T^3 V^2$ (salvo constante aditiva). Por tanto,

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \frac{3}{2}nR(T_{1f} - T_1) = -\frac{3}{4}nRT_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta U_2 = -\Delta U_1 = -\frac{3}{4}p_2 V \\ \Delta S &= \frac{1}{2}nR \ln \frac{T_{1f}^3 V_{1f}^2 T_{2f}^3 V_{2f}^2}{T_1^3 V^2 T_2^3 V^2} = \frac{p_2 V}{2T_2} \ln \frac{5^5 3^2}{4^7} > 0, \end{aligned}$$

y el proceso es irreversible.

c) En el estado final, tendremos una temperatura y presión uniformes, T_F , P_F . Como el volumen final es el mismo que el inicial, $2V$, y ahora tenemos dos moles de gas,

$$p_F 2V = 2nRT_F \quad \Rightarrow \quad \frac{p_F}{T_F} = \frac{nR}{V} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Para la determinación del estado final necesitamos una ecuación más, que especifique el proceso seguido. En este proceso, igual que en **b)**, no hay intercambios de calor ni trabajo con el exterior. Por tanto, la energía interna total no cambia:

$$\Delta U = 3nRT_F - \frac{3}{2}nRT_{1f} - \frac{3}{2}nRT_{2f} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_F = \frac{1}{2}(T_{1f} + T_{2f}) = 2T_2,$$

y por tanto $p_F = 2p_2$. Finalmente, para la variación de entropía, consideraremos el estado final como suma de dos estados a la misma presión y temperatura, T_F , P_F , con n moles y ocupando un volumen V cada uno:

$$\Delta S = \frac{1}{2}nR \ln \frac{T_F^3 V^2 T_F^3 V^2}{T_{1f}^3 V_{1f}^2 T_{2f}^3 V_{2f}^2} = \frac{p_2 V}{2T_2} \ln \frac{4^{10}}{5^5 3^5} = \frac{5p_2 V}{2T_2} \ln \frac{16}{15} > 0,$$

y el proceso es irreversible.

26. a) $Q_{abs} = Q_{ab} + Q_{bc} = 2nC_v T_0 + 3nRT_0 \ln 3.$

b) $Q_{cedido} = Q_{ac} = -2nC_p T_0.$

c) $\eta = 1 + \frac{Q_{cedido}}{Q_{abs}} = 1 - \frac{2\gamma}{2 + 3(\gamma - 1) \ln 3}.$

d) $\Delta S_{ciclo} = 0$, $\Delta S_{foco\,frio} = 2nC_p$, $\Delta S_{foco\,caliente} = -\frac{2nC_v}{3}.$

$$\Delta S_{universo} = \frac{4nC_v}{3} nR(2 - \ln 3).$$

27. a) $W = R(T_2 - T_1) + R \left(1 - \frac{a}{2bT_2} \right) \ln \frac{a + bT_2}{a + bT_1}.$

b) $Q = C_p(T_2 - T_1) - \frac{aR}{b} \ln \frac{a + bT_2}{a + bT_1}.$

c) $dS_{gas} = C_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dV \implies \Delta S_{gas} = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{a + bT_2}{a + bT_1}.$

d) $\Delta S_u = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{C_p}{2} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) + R \left(1 - \frac{a}{2bT_2} \right).$

e) Para encontrar el calor específico molar del gas en este proceso, es necesario expresar el calor en forma infinitesimal. De la expresión de la energía interna y del trabajo se obtiene:

$$\begin{aligned} \delta Q &= C_v dT + p dV = C_v dT + \frac{RT}{V} dV = C_v dT + \frac{RbT}{a + bT} dT \implies \\ \left(C_p - \frac{aR}{a + bT} \right) dT &= C_{proceso} dT \implies C_{proceso} = C_p - \frac{aR}{a + bT}. \end{aligned}$$

3. Transmisión de calor

1. $\phi = 15.750 \text{ cal/s}$. $T = 40^\circ\text{C}$
2. $\phi = 0.04 \text{ cal/s}$. $\frac{dT}{dr} = -3200 \text{ K/m}$.
3. $\phi = \frac{4\pi K ab(T_i - T_e)}{b - a} = 1690 \text{ cal/s}$. $T(r) = \frac{\phi}{4\pi K} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right) + T_i = \frac{T_i a(b - r) + T_e b(r - a)}{r(b - a)}$
4. $\frac{\phi_B}{\phi} \simeq 33,3\%$, $\frac{\phi_C}{\phi} \simeq 66,7\%$
5. $k_m \simeq 0,26 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$.
6. a) $\phi = 144 \text{ W}$. Se considera el suelo de la cámara como una pared más.
b) $\dot{W} = \frac{\phi(T_1 - T_2)}{T_2} \simeq 9,6 \text{ W}$.
7. a) $\dot{Q} \simeq 2,03 \times 10^3 \frac{\text{kcal}}{\text{min}}$
b) $\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{L_v} = 37,5 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$.
8. $k \simeq 5,7 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{s m}^\circ\text{C}}$.
9. a) El flujo es el mismo en toda la varilla, los dos trozos están en serie. El flujo vale: $\phi = 1,84 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$.
b) Por estar los dos trozos en serie se verifica: $\phi = \frac{60}{R_{\text{acero}}} = \frac{40}{R_{\text{Cu}}} \implies L_2 \simeq 20 \text{ cm}$.
10. a) $\phi = 1,13 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$.
b) $\frac{\phi_{\text{Cu}}}{\phi} \simeq 95,8\%$; $\frac{\phi_{\text{acero}}}{\phi} \simeq 4,2\%$
11. $\frac{r_3}{r_2} \simeq \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^{0,07}$.
12. $\frac{dx}{d\tau} \simeq 1,85 \frac{\text{cm}}{h}$, donde τ es el tiempo.
13. a) $\phi = 1,08 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$.
b) $\frac{\phi_a}{\phi} \simeq 32\%$; $\frac{\phi_l}{\phi} \simeq 68\%$
14. Las pérdidas se han reducido en un 99 %.
15. a) $R = \frac{4L}{d^2 \sqrt{3}(K_a + K_b + K_c)}$
b) $T = T' + \frac{RP}{2} + \frac{RP}{2} \sqrt{1 + \frac{4T'}{RP}}$
La cantidad total de calor que se saca de la fuente en un ciclo (única fuente) es:
 $\dot{Q} = -\frac{PT}{T - T'} < 0 \implies$ se disipa energía en forma de calor y por tanto no se viola el segundo principio de la termodinámica (enunciado de Kelvin).

16. a) 4780 W
 b) $P \simeq 1300 \text{ W}$, $P' \simeq 3260 \text{ W}$.
 c) Si se genera fuel directamente habría que suministrar $\dot{Q}_{cal}$ por tanto es rentable utilizar la máquina de Carnot.
 d) $\tau = 4$ días y 22 horas.
17. a) $R = 1,25 \times 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{W}}$, $\dot{W} = 983 \text{ w}$.
 b) $\Delta S_{\text{dia}} = \frac{4800 \times 60 \times 86400}{293 \times 233} = 36,5 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.
 c) $\dot{Q}_{\text{caldera}} = 2,8 \times 10^3 \text{ W}$.
 $\Delta S_{\text{dia}} = 1,88 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{K}}$.
18. a) $\alpha = \frac{3}{16}$.
 b) $R_{\text{cristal}} = \frac{C_1}{16}$
 $R_{\text{lateral}} = \frac{C_1}{16}$
 Siendo $C_1 = \frac{d_1}{\pi K_1 r_1^2}$.
 Solo conduce el cristal, la pared del patio y el techo no dejan pasar calor.
 c) La máxima potencia del motor vale $\dot{W}_{\text{max}} = \frac{4}{3R}$.
19. a) Calor que se escapa de la casa por unidad de tiempo: $\dot{Q} = \frac{T_i - T_e}{R}$. Este es el calor que hay que suministrar al interior por unidad de tiempo para que su temperatura permanezca constante. Si se hace con una bomba térmica de Carnot, la potencia que se consume es:
 $\dot{W} = \dot{Q} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right) \Rightarrow \dot{W} < \dot{Q}$.
 Si se quema leña, la cantidad de calor por unidad de tiempo es igual a la que se disipa desde la casa, $\dot{Q}$.
- b) Con la calefacción de Carnot reversible, la única variación de entropía del universo se debe a la disipación de calor y vale por unidad de tiempo:
 $\Delta \dot{S} = \dot{Q} \frac{T_i - T_e}{T_i} \Rightarrow \Delta \dot{S} = \frac{(T_i - T_e)^2}{RT_i T_e}$.
 Cuando se quema leña, a esta variación de entropía hay que añadir la debida al paso de calor de la llama al ambiente. El cambio total de entropía del universo es:
 $\Delta \dot{S} = \Delta \dot{S}_{\text{llama}} + \Delta \dot{S}_{\text{disipacion}} = \frac{(T_i - T_e)^2}{RT_i T_e} \left(1 + \frac{T_e}{2(T_i - T_e)} \right)$.

4. Ondas

- 1.
- 2.
3. a) $\omega=1570.8 \text{ rad/s}$, $k=157.1 \text{ m}^{-1}$, $v=10 \text{ m/s}$.
 b) Evidentemente no.
 c) No se puede, faltan datos.
4. a) Hacia la izquierda. $c = 5 \text{ m/s}$.
 b) 10 cm , $\nu = 50 \text{ hz}$, $T = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$.
 c) 1 mm , $v_{max} \simeq 0,31 \text{ m/s}$.
5. a) $v = 265 \text{ m/s}$.
 b) $m = 15 \text{ g}$.
6. a) $\bar{E} = 4,74 \text{ J}$.
 b) $\bar{P} \simeq 31 \text{ W}$.
7. a) $y(x, t) = 12 \cdot 10^{-3} \cos(44,9x - 6\pi t + \frac{\pi}{2})$
 b) $\bar{P} = 1,52 \text{ W}$.
8. a) $\nu = 3 \text{ hz}$; $\omega = 6\pi \text{ rad/s}$; $\lambda = 0,14 \text{ m/s}$.
 b) $y(0,07, 0) = 12 \times 10^{-3} \cos(14,3x - 6\pi t \pm \pi/2) \text{ m}$.
 c) $v_m \simeq 23 \text{ cm/s}$.
 d) $v(0,07, 0,1) \simeq \pm 0,22 \text{ cm/s}$. La indeterminación se debe a la indeterminación de $\alpha = \pm \pi/2$.
 e) $\bar{P} \simeq 1,53 \text{ W}$.
 f) $\dot{W} = \frac{(A\omega)^2 T}{2c} \implies$ la potencia se mantiene constante porque el producto $A\omega$ no varía.
9. 1. $B = 1,68 \times 10^5 \text{ pa}$.
 2. $p'(x, t) = 1680 \cos(2x - 720t) \text{ pa}$.
 3. $T = 452 \text{ K}$, $P_0 = 1,68 \times 10 \text{ pa}$.
10. a) 20 dB .
 b) 100 dB .
 c) $99,0\%$.
11. a) $\phi(x, t) = 10^{-8} \cos(9,5x - 1000\pi t + \alpha) \text{ m}$.
 b) $p'(x, t) = 1,34 \times 10^{-3} \cos\left(9,5x - 1000\pi t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) \text{ pa}$.
 c) $I = 2,1 \cdot 10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, $\beta = 53,2 \text{ dB}$.
12. a) $c = 277 \text{ m/s}$, $T = 2,5 \times 10^{-3} \text{ s}$, $\lambda = 0,69 \text{ m}$.
 b) $\phi_m(M) = 2,98 \times 10^{-7} \text{ m}$.
 $p_m(M) = 0,27 \text{ pa}$. La presión va retrasada en $\pi/2$ radianes respecto al desplazamiento.
 c) $I(200) = 2,5 \times 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.
 d) $R_E = 4 \times 10^{-4}$, $T_E = 0,9996$.
 e) $R_A = 2 \times 10^{-2}$. Por ser $Z_1 > Z_2$ no hay cambio de fase en la reflexión.

13. a) $I_I = 2,79 \times 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, $\beta = 84,46 \text{ dB}$.

b) $\frac{Z_2}{Z_1} = 3$.

c) $s_R(x, t) = 2 \times 10^{-7} \sin(1020\pi t + 3\pi x + \pi) \text{ m}$.

d) $s_T(x, t) = 2 \times 10^{-7} \sin(1020\pi t - 9\pi x) \text{ m}$.

14. a) $144 \times 10^2 \text{ N}$

b) $3,3 \times 10^{-3} \text{ s}$.

c)

d) $2,5 \times 10^{-3} \text{ s}$.

15. $Y_R(x, t) = \frac{-A}{(1 + (2 - x - vt)^2)}$

16. a) $\lambda = 0,96 \text{ m}$, $T = 0,02 \text{ s}$,

$$y_3(x, t) = 2 \times 10^{-2} \cos(100\pi t + \alpha_3) \sin\left(\frac{25\pi x}{12}\right).$$

b) $dE_c = \frac{\mu dx}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t}(x, t)\right)^2 \Rightarrow$

c) $E_c = \frac{\mu A^2 \omega_n^2}{2} \sin^2(\omega_n t + \alpha) \int_0^L \sin^2(k_n x) dx \Rightarrow$

$$E_c = \frac{mA^2 \omega_n^2}{4} \sin^2(\omega_n t + \alpha) \Rightarrow E_{c, \max} = 2,4 \times 10^{-2} \text{ J}.$$

d) $\overline{E_c} = \frac{mA^2 \omega_n^2}{4} \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega_n t + \alpha) dt = \frac{mA^2 \omega_n^2}{8} = \frac{E_{c, \max}}{2} = 1,2 \times 10^{-2} \text{ J}.$

17. a) $\lambda_n = \frac{2L}{n} = \frac{0,8}{n} \text{ m}$, con $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\omega_n = ck_n = \frac{n\pi}{L} c = n\pi \left(\frac{T}{mL}\right)^{1/2} \approx 2484n \text{ rad/s}.$$

a') $y(x, t) = 5 \times 10^{-3} \sin(5\pi x) \cos(4968t + \alpha) \text{ m}$.

b') $u(x, t) = \left(\frac{\partial y}{\partial t}(x, t)\right)$. en general. Por tanto $u(L/4, t) = -2484 \sin(4968t + \alpha) \text{ m/s}$,
y $u(L/2, t) = 0 \text{ m/s}$. El punto $x = L/4$ es un vientre y el $x = L/2$ un nodo.

c') la pendiente de la cuerda en un punto y un instante dados vale $\frac{\partial y}{\partial x}(x, t)$.

Por tanto $\frac{\partial y}{\partial x}(L/4, t) = 0$ y $\frac{\partial y}{\partial x}(L/2, t) = -25\pi \times 10^{-3} \cos(4968t + \alpha)$.

18. a) 17 mm .

b) 200 rad/s .

c) 27 mm .

d) $y_{R2} = 12 \cos(20x - 200t + \pi) = -12 \cos(20x - 200t) \text{ mm}$.

e) $24 \sin(200t) \sin(20x) \text{ mm}$.

f) La energía transportada en un período es cero por ser una onda estacionaria.

g) $y_{R1} = -6,2 \cos(20(x - 10t)) \text{ mm}$.

19. a) $4,9 \text{ W/m}^2$.

- b) $0,1 \text{ W/m}^2$
- 20.** a) $d = 0,34(2n + 1) \text{ m}$.
 b) $0,68n \text{ m}$, $4I_0$.
 c) $2I_0$.
- 21.** a)
 b) $1,5 \text{ m}$ y $4,5 \text{ m}$.
 c) $\lambda = 6 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow x_1 = 3 \text{ m}; x_3 = 9 \text{ m}$.
 d) $a = 7,5 \times 10^{-2} \text{ m}$ y $\lambda = 6 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow x_1 = 6 \text{ m}; x_3 = 18 \text{ m}$.
- 22.** a) $\lambda = 5000 \text{ \AA}$.
 b) $\nu = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- 23.** a) Justo antes $\nu \simeq 1308 \text{ Hz}$. Justo después $\nu \simeq 309 \text{ Hz}$.
 b) $\beta = \beta_{ref} - 10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{10^4 \times 50t - t^2/2}{20} \right)^2 \right)$
- 24.** a) $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \Rightarrow \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{x}{r} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial f}{\partial r}$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\partial f}{\partial r} \left(\frac{1}{r} - \frac{x^2}{r^3} \right)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{y^2}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\partial f}{\partial r} \left(\frac{1}{r} - \frac{y^2}{r^3} \right)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{z^2}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\partial f}{\partial r} \left(\frac{1}{r} - \frac{z^2}{r^3} \right)$$

 b) La ecuación de ondas en 3D es:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = c^2 \Delta f \Rightarrow c^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{c^2}{r} \frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 (rf)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 (rf)}{\partial r^2}.$$

 c) La solución, en todo punto salvo el origen, será una función $rf(r, t) = \varphi(r - ct)$, siendo $\varphi(r - ct)$ una función dos veces derivable con continuidad respecto a su argumento, $r - ct$. Por tanto

$$f(r, t) = \frac{1}{r} \varphi(r - ct).$$

 d) Por ser ondas esféricas de presión verifican $p(r, t) = \frac{1}{r} \varphi(r - ct)$, en este caso $\varphi(r - ct) = Ae^{-\beta(t - \frac{r}{c})}$. En $r = a$ se cumple:

$$p_m = p_0 e^{-\beta t} = \frac{1}{a} A e^{-\beta(t - \frac{a}{c})} \Rightarrow A = ap_0 e^{-\beta \frac{a}{c}} \Rightarrow p(r, t) = p_0 \frac{a}{r} e^{-\beta(t - \frac{r-a}{c})} = p_0 e^{-\frac{\beta a}{c}} \frac{a}{r} e^{-\beta(t - \frac{r}{c})}.$$

 Esta expresión se reduce a: $p(r, t) = \frac{ap_{mic}}{r} e^{-\beta(t - \frac{r}{c})}$. Siendo $p_{mic} = p_0 e^{-\frac{\beta a}{c}}$.
 e)
- 25.** a)
- 26.** a)
- 27.** a)
- 28.** a)
- 29.** a)

- 30.** a) $p(x, t) = 10^{-7} \sin(800\pi t - 2\pi x) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.
 b) $v_m = 1,25 \times 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 c) $I = 1,25 \times 10^{-17} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. No es audible.
- 31.** a) Derivando cada sumando dos veces respecto a x y dos veces respecto a t , se ve que cada uno de ellos cumple la ecuación de ondas y, por el principio de superposición, la suma también debe cumplirla.
 b) $y(x, 0) = 0$, $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = -2Acxe^{-x^2}$.
 c) El sumando $y_1(x, t) = (A/2)e^{-(x+ct)^2}$ representa una onda no periódica, que se propaga hacia la izquierda. El sumando $y_2(x, t) = -(A/2)e^{-(x-ct)^2}$ representa una onda no periódica, que se propaga hacia la derecha.
 d) $\eta_{cin1} = \frac{TA^2}{2}(x+ct)^2 e^{-2(x+ct)^2}$.
 $\eta_{cin2} = \frac{TA^2}{2}(x-ct)^2 e^{-2(x-ct)^2}$.
 e) $\eta_{pot1} = \frac{TA^2}{2}(x+ct)^2 e^{-2(x+ct)^2}$.
 $\eta_{pot2} = \frac{TA^2}{2}(x-ct)^2 e^{-2(x-ct)^2}$.
 f) $\eta = TA^2 \left((x-ct)^2 e^{-2(x-ct)^2} + (x+ct)^2 e^{-2(x+ct)^2} \right)$.
- 32.** a)
- 33.** a)
- 34.** a) La ecuación que indica la variación de la temperatura es la ecuación del calor, vista en teoría:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}.$$

donde α es una constante positiva, que en este caso depende de κ , ρ , C_v y M . Dado que ya se ha establecido el régimen estacionario:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{d^2 T}{dx^2} \Rightarrow \boxed{T(x) = A + Bx}.$$

Las constantes A y B vienen determinadas por las condiciones de contorno:

$$T(0) = T_1 \Rightarrow \boxed{A = T_1}, \text{ y, } T(\ell) = T_2 \Rightarrow T_1 + B\ell = T_2 \Rightarrow \boxed{B = \frac{T_2 - T_1}{\ell}}.$$

- b) La velocidad de las ondas longitudinales viene dada por la expresión:

$$c(x) = \sqrt{\frac{\gamma R}{M} T(x)} = \sqrt{\frac{\gamma R}{M} T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ell} x}.$$

- c) La cinemática del pulso viene determinada por:

$$\frac{dx}{dt} = \beta \sqrt{A + Bx}$$

con $\beta = (\gamma R/M)^{1/2}$. La integración es inmediata:

$$\int_0^\ell \frac{dx}{\sqrt{A+Bx}} = \int_0^t \beta dt \Rightarrow \frac{2}{B} \left[\sqrt{A+Bx} \right]_0^\ell = \beta t \Rightarrow \boxed{t = 2\ell \sqrt{\frac{M}{\gamma R} \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{T_2 - T_1}}}$$

35. a) En $x \leq 0$ la onda se propaga hacia la derecha y es de la forma $y(x, t) = A_1 \cos(k_I x - \omega t + \alpha)$.

$$y(0, 0) = A_1 \cos(\alpha) = A_1 \text{ y } \frac{\partial y}{\partial t}(0, 0) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow y(x, t) = A_1 \cos(k_I x - \omega t).$$

k_I es el número de onda en la izquierda, que vale $k_I = \frac{\omega}{c_I} = \frac{\omega \sqrt{\mu_I}}{\sqrt{T}}$, siendo T la tensión de la cuerda, que es común para ambos lados. Por ser la densidad diferente a ambos lados, el número de ondas es distinto a ambos lados así como la velocidad de propagación de la onda.

- b) En el lado izquierdo se encuentran las ondas incidente y reflejada, por tanto:

$$y_I(x, t) = A_1 e^{i(k_I x - \omega t)} + B_1 e^{i(k_I x + \omega t)}$$

$$\text{En el lado derecho está la onda transmitida } y_T(x, t) = A_2 e^{i(k_D x - \omega t)}.$$

Considerando que en $x = 0$ se verifica:

$$y_I(0, t) = y_D(0, t) \text{ y } \frac{\partial y_I}{\partial t}(0, t) = \frac{\partial y_D}{\partial t}(0, t)$$

$$\text{Se obtienen las ecuaciones: } R_A = \frac{B_1}{A_1} = \frac{k_I - k_D}{k_I + k_D} \text{ y } T_A = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2k_I}{k_I + k_D}.$$

$$\text{Teniendo en cuenta que } Z = \frac{Tk}{\omega}, \text{ queda: } Z_D = \frac{Tk_D}{\omega} = \sqrt{T\mu_D} = 3Z_I.$$

$$\text{Por tanto: } B_1 = \frac{Z_I - Z_D}{Z_I + Z_D} A_1 = -\frac{A_1}{2} \Rightarrow y_R(x, t) = -\frac{A_1}{2} \cos(k_I x + \omega t)$$

- c) En el lado derecho está la onda transmitida. La amplitud de la onda transmitida en función de cociente de impedancias es:

$$A_2 = A_1 \frac{2Z_I}{Z_I + Z_D} = \frac{A_1}{2} \Rightarrow y_D(x, t) = \frac{A_1}{2} \cos(3k_I x - \omega t).$$

$$\text{El valor de } k_D = 3k_I \text{ sale de la relación vista antes: } Z = \frac{Tk}{\omega} \Rightarrow k_D = k_I \frac{Z_D}{Z_I} = 3k_I.$$

- d) La potencia transmitida es:

$$P_T(t) = T \left| \left(\frac{\partial y_2}{\partial x}(x, t) \right) \left(\frac{\partial y_2}{\partial x}(x, t) \right) \right| \Rightarrow P_T(t) = T A_2^2 k_2 \omega^2 (\sin(3k_I x - \omega t))^2.$$

$$\text{Su valor medio en un periodo es } P_T = \frac{T A_2^2 k_2 \omega^2}{2} = \frac{3Z_I A_1^2 \omega^2}{8}.$$

Se habría podido llegar al mismo resultado para la potencia media, considerando que:

$$T_E = \frac{\bar{P}_T}{\bar{P}_i} = \frac{4Z_I Z_D}{(Z_i + Z_D)^2} \Rightarrow \bar{P}_T = \bar{P}_i \frac{3}{4}$$

- e) La potencia transportada por la onda reflejada cumple:

$$T_R = \frac{\bar{P}_R}{\bar{P}_i} = \frac{(Z_I - Z_D)^2}{(Z_I + Z_D)^2} \Rightarrow \bar{P}_R = \bar{P}_i \frac{1}{4}$$

Es fácil comprobar la conservación de la energía $P_T + P_R = P_i$. Siendo la potencia P_i la de la onda incidente, que se va a calcular a continuación.

$$f) P_i(t) = T k_1 \omega A_1^2 (\sin(k_I x - \omega t))^2 \Rightarrow \bar{P}_i = \frac{Z_I A_1^2 \omega^2}{2}.$$